

ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO (I)

Aspectos fundamentales sobre elementos viga y columna, comentarios sobre estructuras de cimentación

Oscar López Bátiz
CENAPRED
Delfín Madrigal 665, Coyoacán D.F.

1. Introducción.

Las estructuras de concreto reforzado son estructuras heterogéneas producto de la combinación o mezcla de materiales con características diferentes como son el concreto y el acero de refuerzo, los procedimientos de diseño para estas estructuras consideran las propiedades de estos materiales en sus planteamientos. El uso del concreto reforzado comenzó en la segunda mitad del siglo XIX, desde los inicios de su empleo hasta la actualidad, la calidad de ambos materiales se ha incrementado, también las tecnologías de construcción y los procedimientos de diseño han avanzado de manera que las estructuras de concreto reforzado son de reconocida importancia en los ámbitos arquitectónico e ingenieril. Principalmente, en las décadas recientes los avances en el conocimiento sobre el comportamiento de los materiales y las estructuras de concreto reforzado han sido importantes.

Entre las propiedades importantes del concreto reforzado se encuentran la gran resistencia al fuego y efectos de intemperismo, la estabilidad de su durabilidad, el poco costo que requiere la supervisión durante su construcción, la versatilidad para su empleo en formas arquitectónicas caprichosas, propiedades que constituyen la fuerza que genera avances en la tecnología y conocimientos sobre el concreto reforzado. Así, a partir del inicio del siglo XX, prácticamente cada país cuenta con códigos y manuales propios para diseño y construcción de este tipo de estructuras. Para lograr los códigos y manuales actuales para estructuras de concreto reforzado, en su elaboración y modificación se han incorporado tanto los materiales y técnicas comúnmente empleados, como aquellos avances logrados sobre calidad de los materiales y sobre las tecnologías de diseño y construcción. Sin embargo, debido a la velocidad con que se logran materiales nuevos y de mejor calidad, a la rapidez con que aparecen nuevas tecnologías en procesos constructivos y métodos de análisis estructural, surge la necesidad de revisar con mayor frecuencia la normatividad de diseño y construcción para este tipo de estructuras.

Respecto a procedimientos o métodos para diseño estructural de estructuras de concreto reforzado, a partir de 1953 el Comité Europeo del Concreto (CEB) inició un proceso de revisión de sus códigos y manuales. Durante los años 1964 y 1970, este comité introdujo un procedimiento nuevo, consistente en el diseño racional basado en la teoría de probabilidades y confiabilidad estructural.

Posterior a una recopilación de información experimental y teórica, se le dio forma a la última versión del código en 1991. Sin embargo, la muestra de información experimental todavía no es suficiente, provocando que el código CEB-1991 se constituya como una filosofía de diseño a considerar o una opción para desarrollar un diseño estructural lógico y razonado.

Los objetivos del diseño estructural, son proporcionar al dueño un inmueble que cubra las necesidades y con las características que desea, generalmente esas necesidades pueden resumirse como:

- 1) Asegurar, con una estructura, el proporcionamiento de un espacio vital para un propósito determinado.
- 2) Durante el período de vida útil, dicha estructura deberá satisfacer las condiciones de servicio para las que fue creada.
- 3) Los costos de construcción y mantenimiento, entre otros que conforman el costo total del inmueble, deberán tender a la optimización.

Respecto al segundo punto, las condiciones y características que deberá cubrir la estructura a diseñar variarán dependiendo de la función que se asigne al inmueble. En condiciones de servicio, una estructura deberá mantener su

estabilidad ante grandes deformaciones y vibraciones. En el caso de estructuras de concreto reforzado, donde la presencia de grietas de gran apertura facilitaría el efecto del intemperismo en el acero de refuerzo y la consecuente degradación de resistencia y rigidez, es necesario limitar el ancho máximo de grieta dentro de un valor determinado, el cual es considerado al plantear las formulaciones de resistencia en los códigos y reglamentos. De igual manera, las condiciones de servicio de una estructura deberán mantenerse ante la incidencia de carga cíclica, como son los casos del sismo y el viento.

Ante carga sísmica o de viento, el diseño de las estructuras se plantea para que mantenga su estabilidad total ante la incidencia de la carga o efecto máximo esperado durante el periodo de vida útil del inmueble por efecto de dichos fenómenos naturales.

2. Materiales.

2.1 Concreto.

Dentro de las Características mecánicas que posee el concreto, la de mayor importancia es la resistencia a la compresión axial (σ_B). Las resistencias a tensión, flexión, cortante, de adherencia, así como el módulo de elasticidad del concreto, presentan una fuerte relación con la resistencia a la compresión axial, por lo que se considera a esta propiedad como la representativa del concreto.

Cuando al concreto se le sujeta a esfuerzos monotónicamente crecientes, la estructura del mismo va sufriendo de fracturamiento en su estructura interna, por lo que la curva esfuerzo-deformación de este material se presenta como la mostrada en la Fig.1, en esta figura la curva presenta una pendiente que decrece a mayor esfuerzo y, aproximadamente a 0.2% de deformación se alcanza la resistencia máxima a compresión del material, posterior a esta deformación los esfuerzos en el concreto decrecen con rapidez alcanzándose el aplastamiento a una deformación unitaria de 0.3 a 0.4 %.

Debido a que la curva esfuerzo-deformación del concreto no es lineal, para determinar el módulo de elasticidad del material existen diferentes procedimientos. Un procedimiento comúnmente empleado es definir el módulo de elasticidad del concreto a partir de la curva esfuerzo-deformación, definiéndose como la pendiente de la secante al origen del punto de la curva para un esfuerzo de 1/3 la resistencia a compresión. También, el módulo de elasticidad del concreto se define en la mayoría de los códigos y reglamentos de diseño como función de la resistencia a compresión registrada en un ensaye uniaxial, y sin considerar el efecto de creep en el material se definen las siguientes ecuaciones:

$$\text{RDF} \quad E_c = 14000 \times (\sigma_B)^{0.5} \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

$$\text{ACI} \quad E_c = \gamma^{1.5} \times 0.14 (\sigma_B)^{0.5} \quad (\text{kgf/cm}^2, \text{ para valores } \gamma = 1440 \text{ a } 2480 \text{ kgf/m}^3)$$

$$\text{AIJ} \quad E_c = 2.1 \times 10^5 \times (\gamma/2.3)^{1.5} \times (\sigma_B/200)^{0.5} \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

donde: RDF: Reglamento del Distrito Federal, México; ACI: Reglamento del Instituto del Concreto de los Estados Unidos de Norteamérica; AIJ: Reglamento del Instituto de Arquitectos de Japón; E_c : módulo de elasticidad del concreto; γ : peso volumétrico del concreto.

La resistencia a tensión del concreto tiene estrecha relación con la resistencia a compresión, para resistencias a la compresión entre 180 y 240 kgf/cm² la resistencia a tensión generalmente se considera como 1/10 de la resistencia a compresión obtenida de pruebas uniaxiales en cilindros estándar.

La resistencia a compresión del concreto y su capacidad de deformación varían notoriamente de acuerdo a los esfuerzos confinantes a los que esté sujeto el material. Así, en la Fig.2, se presentan los resultados de pruebas a compresión realizadas en cilindros de concreto sujetos a esfuerzos confinantes proporcionados con líquido dentro de una cámara triaxial. Se observa un incremento notable de la resistencia a compresión de los cilindros, sin embargo, al considerar el concreto dentro de un elemento estructural donde el confinamiento se lo proporcione el acero de refuerzo longitudinal y principalmente transversal, la distribución de esfuerzos confinantes no presenta la misma

uniformidad que la distribución proporcionada por el líquido y genera resultados como los presentados en la Fig.3, donde es evidente también que el efecto confinante del refuerzo en el concreto es importante para incrementar la resistencia a compresión y capacidad de deformación del mismo.

2.2 Acero.

El acero de refuerzo empleado en estructuras de concreto reforzado se puede dividir, por su forma, en corrugado y liso. Por sus mejores características de adherencia con el concreto, generalmente se emplea el acero corrugado.

Las características esfuerzo - deformación del acero estructural, en pruebas a tensión uniaxial, son como la mostrada en la Fig.4. Hasta el punto de fluencia, la relación es aproximadamente lineal. Independientemente de la resistencia a la fluencia y del proceso de producción, el módulo de elasticidad se puede considerar igual a 2.1×10^6 kgf/cm². Como se muestra en la Fig.4(a), en barras forjadas en caliente, la curva esfuerzo - deformación presenta un punto de fluencia bien definido aproximadamente a 0.2 % de deformación unitaria, posteriormente sigue una planicie de fluencia y para deformaciones unitarias entre 1.5 y 2.0 % se presenta el fenómeno conocido como endurecimiento por deformación, aumentando la resistencia de la barra de acero. Para el caso de barras de acero forjadas en frío, como se indica en la Fig.4(b), no se presenta un punto de fluencia bien definido.

Para el diseño de elementos estructurales comúnmente empleados en estructuras arquitectónicas, considerando los niveles de deformación a los que se verán sujetos y eliminando los elementos de claro corto, puede asumirse que las barras de acero estructural no incursionarán en el rango de endurecimiento por deformación. Por lo que generalmente se considera a las características esfuerzo - deformación en el acero estructural como perfectamente elasto - plásticas, igual a las mostradas en la Fig.5.

En el caso de barras de acero de alta resistencia, como se indica en la Fig.6, generalmente a mayor resistencia menor es la capacidad de deformación inelástica, menor su capacidad de alargamiento, menores sus cualidades para traslape, por lo que para su empleo se requiere de cuidados y estudios especiales. Es por esto que al diseñar estructuras de concreto reforzado, no es posible generalizar que para mayor resistencia a la fluencia del acero de refuerzo, el diseño resultante tendrá un mayor factor de seguridad.

3. Comportamiento de elementos lineales a flexión (vigas) y flexocompresión (columnas).

3.1 Comportamiento de elementos sujetos a flexión.

El comportamiento de las estructuras de concreto reforzado se basa en el comportamiento básico de los materiales que lo constituyen. Es por eso que ante la poca capacidad del concreto a resistir esfuerzos de tensión, se cuenta con el refuerzo de las barras de acero. Así, ante los efectos de flexión, los esfuerzos axiales de compresión serán soportados por el concreto, y los esfuerzos axiales de tensión serán soportados por el acero de refuerzo.

Generalmente, cuando se realiza el análisis de esfuerzos de un elemento a flexión, como concepto básico se deben satisfacer ciertas condiciones como son: "compatibilidad de deformaciones", "equilibrio de fuerzas en la sección de análisis" y "las características esfuerzo - deformación de los materiales involucrados".

3.1.1 Hipótesis básicas de comportamiento para un análisis de flexión

a) Las secciones planas permanecen planas posterior a la flexión (condición de compatibilidad de deformaciones). También denominado principio de Bernoulli, el cual plantea que las deformaciones longitudinales siguen una distribución triangular, que las deformaciones en cualquier punto de la sección transversal son proporcionales a su distancia respecto al eje neutro y que existe una adherencia perfecta entre acero y concreto.

b) Se conoce la curva esfuerzo - deformación del acero y del concreto (características esfuerzo - deformación de los materiales). Aunque los materiales se encuentran bajo un estado de esfuerzos multiaxial, para definir las características esfuerzo - deformación se consideran resultados de pruebas donde se sujetó al material a un estado de esfuerzos uniaxiales.

c) Los esfuerzos internos están en equilibrio con las fuerzas externas (equilibrio de fuerzas en la sección de análisis). Las fuerzas resultantes del estado de esfuerzos en la sección transversal deberá estar en equilibrio con los elementos

mecánicos de la misma sección, producto de las cargas a las que se sujete el elemento (momento flexionante y carga axial).

El principio de Bernoulli es una hipótesis razonable en la zona a compresión del concreto, pero no es estrictamente aplicable en la vecindad del agrietamiento. Sin embargo, es aplicable a la deformación por tensión media de la zona agrietada. El principio de Bernoulli no se cumple totalmente en regiones sujetas a altos esfuerzos de cortante

3.1.2 Cálculo de la resistencia por flexión.

La resistencia última de un elemento bajo un estado de esfuerzos producto de flexión se define cuando la deformación unitaria máxima en el concreto de la fibra extrema a compresión de la sección transversal analizada alcanza un valor especificado, para el cual los reglamentos de diseño generalmente recomiendan valores que varían de 0.003 a 0.004. La mayoría de los reglamentos de construcción hipotetizan la distribución de esfuerzos a compresión en la sección transversal como rectangular definida por dos o tres parámetros, de tal modo que la resultante de esta distribución rectangular y la resultante y la posición de la misma, producto de considerar la curva esfuerzo - deformación "real" uniaxial del concreto, sea la misma. Así, se presentan distribuciones esfuerzo - deformación simplificadas en secciones sujetas a flexión como las presentadas en la Fig.7, donde se muestran aquellas distribuciones adoptadas en los reglamentos RDF, ACI y AIJ. Resultando en fórmulas para el cálculo de resistencia última como las siguientes:

$$\text{RDF} \quad M = (A_{st} - A_{sc}) f_y (d - a/2) + A_{sc} \times f_y (d - d')$$

$$\text{si, } (p_t - p_c) \geq [4800 / (6000 - f_y)] \times [(d' \times 0.85 \sigma_B) / (d \times f_y)]$$

Cuando no se cumpla, M se determinará con un análisis de la sección basado en las hipótesis básicas de análisis por flexión.

$$\text{ACI} \quad \text{si, } (A_{st} - A_{sc}) / (b \times d) \geq 0.85 \beta_1 [(\sigma_B \times d') / (f_y \times d)] 6115 / (6115 - f_y)$$

$$M = (A_{st} - A_{sc}) f_y (d - a/2) + A_{sc} \times f_y (d - d')$$

$$\text{donde, } a = (A_{st} - A_{sc}) f_y / (0.85 \sigma_B \times b)$$

$$\text{si, } (A_{st} - A_{sc}) / (b \times d) \text{ es menor que el valor indicado, } A_{sc} \text{ puede no considerarse.}$$

$$\text{AIJ} \quad M = \sigma_B \times b \times D^2 \{ g_1 (A_{st} \times f_y) / (\sigma_B \times b \times D) \}$$

donde, A_{sc} : área del acero de refuerzo en compresión; b: ancho de la sección transversal del elemento; d: peralte efectivo de la sección transversal; p_t : cantidad de acero de refuerzo longitudinal a tensión; p_c : cantidad de acero de refuerzo longitudinal a compresión; β_1 : factor que depende de la resistencia a compresión del concreto ($\beta_1 = 0.85$ para $\sigma_B \leq 280 \text{ kgf/cm}^2$, el valor de β_1 disminuye en $0.05/70 \text{ kgf/cm}^2$); d' : dimensión del recubrimiento de concreto; g_1 : distancia entre los centroides de las barras a tensión y compresión/D; D: peralte de la sección; A_{st} : área del acero de refuerzo a tensión; f_y : esfuerzo de fluencia del acero a tensión.

3.1.3 Factores que afectan la resistencia, capacidad de deformación y ductilidad de un elemento estructural a flexión.

Como se puede discernir de las fórmulas para calcular la resistencia de elementos de concreto reforzado sujetos a flexión, la resistencia a la fluencia por tensión del acero de refuerzo empleado y la resistencia a la compresión del concreto, junto con las dimensiones de la sección transversal, determinan básicamente la resistencia de un elemento de concreto reforzado ante el agrietamiento, la fluencia y la carga última por flexión.

Como se aprecia en la Fig.8, donde se muestra una representación típica de una relación momento-curvatura para una sección transversal de un elemento de concreto con una cantidad de acero de refuerzo menor o igual al acero de refuerzo para la falla balanceada (falla balanceada es aquella cuando el concreto alcanza su deformación unitaria máxima al mismo tiempo que el acero de refuerzo fluye por tensión), otros parámetros importantes que determinan

la calidad estructural del elemento son la capacidad de deformación (considerada como la ductilidad del elemento) y su capacidad para disipar energía incidente ante carga monotónicamente creciente o cíclica.

La ductilidad o capacidad de deformación post-fluencia, se define como la relación entre la deformación (curvatura) última alcanzada y la deformación (curvatura) al punto de fluencia:

$$\mu = \phi_u / \phi_y$$

Asumiendo una relación esfuerzo-deformación, se determina la posición del eje neutro al alcanzar el momento de fluencia en la sección (c_1). Por relaciones trigonométricas se define la curvatura a la fluencia como se indica:

$$\phi_y = \varepsilon_y / d (1 - c_1)$$

donde, ε_y : deformación unitaria a la fluencia por tensión en el acero de refuerzo.

Siguiendo un procedimiento similar se determina la posición del eje neutro al alcanzar la resistencia última de flexión (c_{1u}), y se determina la curvatura última de la sección transversal:

$$\phi_u = \varepsilon_{cu} / (c_{1u} \times d)$$

donde: ε_{cu} : es la deformación unitaria en la fibra extrema del concreto a compresión en la sección transversal.

Para secciones transversales rectangulares se pueden definir las expresiones para el calculo de la posición del eje neutro medido desde la fibra a compresión, c_1 y c_{1u} , como se muestra:

$$c_1 = [(n \times p_t)^2 + 2 \times n \times p_t]^{0.5} - n \times p_t$$

$$c_{1u} = (p_t - p_c) f_y / \sigma_B$$

donde, $n = E_s/E_c$, E_s es el módulo de elasticidad del acero de refuerzo y E_c es el módulo de elasticidad del concreto; p_t : cantidad de acero de refuerzo a tensión ($= A_{st} / b \times d$); p_c : cantidad de acero de refuerzo a compresión ($= A_{sc} / b \times d$).

Analizando la última expresión, se aprecia que la presencia del acero de refuerzo a compresión, contribuye a disminuir la localización del eje neutro respecto a la fibra extrema a compresión, provocando un aumento en la curvatura última y por tanto mayor capacidad de deformación. La ductilidad de la sección transversal se puede definir entonces:

$$\mu = \phi_u / \phi_y = \varepsilon_{cu} (1 - c_1) / \varepsilon_y (c_{1u})$$

Definiendo al parámetro "índice de refuerzo $q (= [p_t - p_c] f_y / \sigma_B)$ " y, por medio de las expresiones para determinar c_1 , c_{1u} y μ , se establece una relación entre este índice de refuerzo q y la ductilidad de la sección transversal analizada μ , se obtienen gráficas como las mostradas en la Fig.9. De la gráfica se entiende lo siguiente: a) a menor valor del índice de refuerzo, la capacidad de ductilidad del elemento aumenta; b) a mayor cantidad de acero de refuerzo en la zona a compresión, mayor será la capacidad de deformación post-fluencia del elemento; c) conjugando adecuadamente los dos aspectos anteriores, se puede asegurar que un elemento presente falla por flexión con suficiente capacidad de deformación post-fluencia (ductilidad).

La capacidad de absorber energía por medio de deformación se puede cuantificar, de una relación momento-curvatura monotónicamente creciente como la de la Fig.8, como el área comprendida bajo dicha curva.

Considerando un segmento de longitud unitaria del elemento estructural, cuyo comportamiento se asume elasto-plástico perfecto, la energía absorbida por deformación se puede representar con la siguiente expresión:

$$U = \sigma_B \times b \times d [\varepsilon_{cu} - c_{1u} \times \varepsilon_y / 2 (1 - c_{1u})] (1 - 0.425 c_{1u})$$

Analizando la expresión anterior se puede concluir que el incremento de las dimensiones de la sección transversal y la resistencia a la compresión del concreto, afectan en proporción directa el incremento en la capacidad de absorción de energía del elemento. Igualmente, incrementado la deformación unitaria última del concreto en la sección transversal, lo que se puede lograr con mayor y mejor colocación del acero de refuerzo lateral, se obtiene el efecto de incrementar la capacidad de deformación post-fluencia y, por lo tanto, la capacidad de absorción de energía es mayor. Comparativamente con los parámetros anteriores, incrementos en p , y f_c , no presentan un efecto directo en la capacidad de deformación y de absorción de energía de los elementos estructurales. De la expresión para el cálculo de c_{lu} se concluye que aumentando la cantidad de acero a compresión el valor de c_{lu} disminuye, lo que repercute en incrementar la capacidad de absorber energía del elemento.

Cabe mencionar que los factores antes citados tienen un efecto similar en elementos sujetos a efectos de flexo-compresión. En el caso de estos últimos, resulta también de gran importancia el confinamiento adecuado del concreto del núcleo y el proporcionar límites permisibles de carga axial.

3.2 Comportamiento de elementos sujetos a flexocompresión.

En estructuras a base de marco momento resistentes, los elementos columna en la mayoría de los casos estarán sujetos a carga axial y momento flexionante (uniaxial y biaxial). En otros casos, aunque teóricamente la columna este sujeta únicamente a carga axial, por problemas de control de calidad en la etapa constructiva se generan desviaciones en el dimensionamiento y distribución de las secciones transversales, provocando excentricidad de la carga axial respecto al eje del elemento, lo que genera momento flexionante a considerar en el diseño de dicho elemento.

Respecto a las hipótesis básicas para análisis de elementos sujetos a flexo-compresión, estas son exactamente las mismas que aquellas consideradas para elementos bajo flexión simple.

3.2.1 Diagrama de interacción.

La resistencia de la sección transversal a una fuerza de compresión, se reduce con la presencia del momento flexionante. El diagrama de interacción representa el lugar geométrico de los puntos que indican la carga axial y momento flexionante que provocan que un elemento alcance su resistencia última (deformación unitaria última en la fibra extrema a compresión de la sección transversal), su representación gráfica se muestra en la Fig.10. Así, para una curva de interacción determinada, si la columna esta sujeta a una combinación de momento flexionante y carga axial que esté en el interior de dicha curva, el elemento se encuentra del lado de la seguridad. Contrariamente, si la combinación está fuera de la curva, la columna estará propensa a la falla.

Como se muestra en la Fig.10, existen tres puntos importantes que definen las características de resistencia en el diagrama de interacción de una columna. El punto localizado donde el diagrama interseca al eje vertical, corresponde a una columna sujeta únicamente a compresión axial, pero producto de la excentricidad existente por problemas intrínsecos al proceso de construcción, se recomienda para diseño el uso de un valor mínimo de excentricidad de diseño (e_{min}), dando como resultado una disminución de la resistencia por compresión hasta alcanzar la curva original en el punto A. El punto B representa el estado de falla denominado "falla balanceada", en el cual la deformación unitaria última en el concreto a compresión se alcanza al mismo tiempo que el acero de refuerzo fluye a tensión. Al momento flexionante y carga axial representativos de este punto se les llama momento y carga balanceada, y a la relación entre el momento flexionante y la carga axial correspondiente a esta falla balanceada se le denomina excentricidad balanceada (e_b). El diagrama de interacción se interseca con el eje horizontal en el punto que representa al elemento en flexión pura, representando obviamente el momento de falla por flexión uniaxial. La parte del diagrama de interacción correspondiente al elemento bajo tensión axial y flexión, se calcula de la misma manera que para compresión y flexión, sin embargo, es un estado poco común e indeseable en el diseño de estructuras de concreto de mediana altura.

La determinación del punto de la falla balanceada es importante desde el punto de vista de los reglamentos para diseño estructural, porque para elementos cuya excentricidad sea menor que la excentricidad balanceada (e_b), antes que el acero de refuerzo longitudinal fluya por tensión se presenta la falla por aplastamiento en el concreto sujeto a esfuerzos de compresión, denominándose a este rango de "falla por aplastamiento" (es una falla de tipo poco dúctil). Si la excentricidad en el elemento es mayor que la balanceada, se encuentra en el rango de "falla por tensión" (falla con características dúctiles).

En la Fig.11 se muestra, para un diagrama de interacción carga axial - momento flexionante de una sección transversal

determinada, el correspondiente diagrama de curvatura última calculada. Se aprecia que para cargas axiales menores que la carga axial correspondiente a la falla balanceada, la curvatura correspondiente al momento de falla presenta un brusco incremento. Contrariamente, si la carga axial incidente es mayor que la balanceada, la capacidad de deformación post-fluencia tiende a ser nula. Es por lo anterior que al diseñar una columna ante efectos sísmicos se proponga un límite en la carga axial permisible.

En el caso de columnas sujetas a flexión biaxial y compresión existen dos formas típicas de encontrar la resistencia última de estos elementos. Una es la solución por tanteos, que consiste en encontrar el valor máximo de la carga axial "P" que actúa fuera de dos planos de simetría, a excentricidades e_x y e_y . Esta condición es equivalente a considerar una carga axial P y dos momentos flexionantes, $M_x = P \times e_x$ y $M_y = P \times e_y$. Para un elemento con geometría y excentricidades dadas, aplicando el procedimiento básico para elementos sujetos a flexo-compresión partiendo de conocer las características esfuerzo-deformación de los materiales, iterativamente se puede obtener el valor máximo de la carga P que actúa a las excentricidades dadas. Este proceso predice satisfactoriamente la resistencia del elemento, pero es muy laborioso. Sin embargo, para casos particulares comúnmente empleados en la práctica, se han desarrollado diagramas de interacción empleando computadora electrónica y se muestran en algunos reglamentos. La otra forma de obtener la resistencia última de este tipo de elementos es aproximada, siendo un ejemplo típico la llamada "Fórmula de Bresler". Bresler desarrolló una expresión simple para calcular los valores máximos de carga axial de compresión que actúa a excentricidades e_x y e_y en secciones rectangulares con distribución simétrica de refuerzo longitudinal. La expresión que propone es la siguiente:

$$1/P_r = 1/P_x + 1/P_y - 1/P_0$$

donde, P_r : carga normal máxima que actúa a excentricidades e_x y e_y ; P_x : carga normal máxima a una excentricidad e_x ($e_y = 0$); P_y : carga normal máxima a una excentricidad e_y ($e_x = 0$); P_0 : carga axial máxima que puede resistir el elemento ($e_x = e_y = 0$).

Es evidente que el problema se reduce a una combinación de soluciones mas simples, dos de flexo-compresión y una de compresión axial.

3.2.2 Cálculo de resistencia a flexo-compresión.

De la misma manera que para el caso de flexión, la resistencia última del elemento se determina cuando la deformación unitaria máxima en el concreto de la fibra extrema a compresión alcanza un valor especificado que varía entre 0.003 a 0.004 (según el reglamento empleado).

En el reglamento del AIJ, se plantea una fórmula simplificada para el cálculo de resistencia última de columnas a flexo-compresión, que se presenta enseguida:

$$AIJ \quad M = \sigma_b \times b \times D^2 \{ g_1 (A_{st} \times f_y) / (\sigma_b \times b \times D) + 0.5 \times [N / (\sigma_b \times b \times D)] \times [1 - N / (\sigma_b \times b \times D)] \}$$

expresión con confiabilidad de $\pm 20\%$ en el 90% de su comparación con resultados experimentales. Expresión válida para :

$$p_t = A_{st} / (b \times D) ; \text{entre } 0.4 \text{ y } 2.8 \%$$

$$N / (b \times D) \leq N_b / (b \times D)$$

donde, N: carga axial actuando en el elemento; N_b : Carga axial en la condición de falla balanceada.

4. Comportamiento de elementos lineales (vigas y columnas) ante fuerza cortante.

La falla por cortante en elementos de concreto reforzado, a diferencia de la falla por flexión, es repentina y

generalmente produce un estado de inestabilidad irreparable en el elemento en particular y la estructura en general. Por lo que los procedimientos de diseño presentados en los reglamentos tienden a tratar de eliminar este tipo de falla y lograr un factor de seguridad lo mayor posible respecto a este comportamiento indeseable en la estructura. Respecto al mecanismo que define la falla por cortante en elementos de concreto reforzado, al contrario de la falla por flexión, es de mayor complejidad, y aunque se ha realizado mucha investigación sobre el tema permanecen muchos puntos sin tener plena explicación. Es por eso que los procedimientos de diseño por cortante indicados en la mayoría de los reglamentos tienen una fundamentación empírica, apoyada con conceptos teóricos abstraídos de la teoría de la elasticidad de los materiales y recientemente de la teoría de la plasticidad aplicada al concreto reforzado.

4.1 Modos de falla por cortante.

4.1.1 Vigas con relación claro a peralte grande ($a/d > 2.5$, donde "a" es la longitud del claro de corte).

a) Falla por flexión (Fig.12.a). Las grietas por efectos de flexión se propagan convirtiéndose en agrietamiento por efectos flexo-cortantes, extendiéndose a través del elemento causando una falla brusca por tensión diagonal.

b) Falla por tensión diagonal (Fig.12.b). En este tipo de falla no se observa ninguna de las características antes citadas, no se presenta tampoco aplastamiento del concreto a compresión, es una falla frágil e inestable. Incrementando la cantidad de refuerzo lateral se reduce considerablemente la posibilidad de ocurrencia de este tipo de falla y se logran ductilidades que varían desde 1 hasta 4.

4.1.2 Vigas con relación claro a peralte pequeño, también llamadas vigas cortas ($1 < a/d < 2.5$).

a) Falla de tensión por cortante (Fig.13.a). EL agrietamiento por problemas de adherencia entre el acero de refuerzo y el concreto se propaga a lo largo del refuerzo longitudinal empezando en el extremo de la grieta inclinada de cortante. Como mecanismos resistentes importantes ante este tipo de falla se pueden citar el efecto de dovela del refuerzo longitudinal, la adherencia acero-concreto y la resistencia a deslizamiento acero-concreto. Reduciendo la relación p_l / p_w (donde p_l es la cantidad de acero de refuerzo longitudinal a tensión y p_w es la cantidad de acero de refuerzo lateral), se tiende a eliminar este tipo de falla. Igualmente, para un porcentaje de acero longitudinal dado, empleando barras de menor diámetro y distribuidas adecuadamente (sin emplear paquetes de barras) se logran comportamientos adecuados, reduciendo la posibilidad de ocurrencia de este tipo de falla.

b) Falla de compresión por cortante (Fig.13.b). En este tipo de falla el concreto a compresión en las fibras extremas de la sección transversal, en los extremos de las grietas de cortante, sufre aplastamiento y falla. Este problema se recrudece cuando el elemento se sujeta a niveles altos de carga axial y cuando se trata de elementos cortos de gran peralte. Una forma de evitar o aliviar este tipo de fallas es proporcionando un mayor porcentaje de acero lateral que lo proporcione mayor confinamiento al concreto sujeto a esfuerzos de compresión.

4.1.3 Vigas de gran peralte ($a/d < 1$).

En esta clase de elementos se generan esfuerzos significativos de compresión en los estratos de concreto resultantes entre las grietas inclinadas provocadas por efecto de cortante, y grandes esfuerzos de tensión a través de dichas grietas. Este fenómeno puede provocar:

a) Fallas de anclaje del acero a tensión, combinada con desprendimiento del concreto de recubrimiento por efecto de dovela.

b) Falla por aplastamiento del concreto en los apoyos.

c) Falla de flexión debido a la rotura post-fluencia del acero de refuerzo longitudinal, o al aplastamiento del concreto en la parte superior del mecanismo de arco.

d) Falla por aplastamiento en el concreto de los estratos a compresión ubicados en la vecindad del agrietamiento diagonal por cortante.

4.2 Principales mecanismos de resistencia al cortante.

4.2.1 Equilibrio en el claro de cortante de la viga (sin refuerzo lateral).

La resistencia a cortante estará determinada por los siguientes mecanismos de transferencia de cortante: a) Transmisión de fuerza cortante a través del concreto en la zona a compresión, V_c ; b) Resistencia por efecto de dovela, transmitida a través de la grieta por el refuerzo longitudinal, V_d ; c) Resistencia al cortante producto de la componente vertical de los esfuerzos cortantes inclinados v_d , transmitidos a través de las grietas inclinadas por medio de cortante directo o cizalleo entre las partículas de agregados que se encuentran entre y/o en las superficies de la grieta, V_s .

$$V = V_c + V_s + V_d$$

$$M = x V = j_d (T + V_d \cot \alpha)$$

donde, el significado de todas las variables y parámetros se muestran en la Fig.14.

De trabajos experimentales se ha concluido que el efecto de dovela es pequeño para elementos sin acero de refuerzo lateral; $V_d = 0$, por lo que la expresión anterior se puede representar como sigue

$$M = T x j_d$$

La fuerza de tensión en el refuerzo longitudinal a una distancia $(x - j_d \cot \alpha)$ es determinada por el momento a una distancia x desde el apoyo del elemento estructural. El incremento de esfuerzos en el acero, claramente depende de la pendiente de la curva diagonal con la que se idealizó al agrietamiento por efecto flexo-cortante,

$$V = dM / dx = d(T j_d) / dx = j_d dT / dx + T d(j_d) / dx$$

donde, $j_d dT / dx$: representa el comportamiento de un elemento prismático sujeto a flexión, en el cual la fuerza de tensión interna T actúa sobre un brazo de palanca constante j_d . A este efecto se le denomina efecto de viga dentro de los mecanismos de transmisión de fuerza cortante; $T d(j_d) / dx$: representa el comportamiento de un arco tensado, en el que la fuerza cortante externa es resistida por el estrato interno de concreto a compresión. A este efecto se le conoce como efecto de arco; dT/dx : variación de la fuerza interna de tensión (fuerza de adherencia)

4.2.2 Acción de viga en el claro de cortante.

$$V_B = j_d dT/dx$$

En la acción de viga intervienen los siguientes tipo de mecanismos de transferencia de fuerza cortante:

- Fuerza de adherencia, $\Delta T = T_1 - T_2$
- Cortante transmitido por cortante directo o cizalleo en el agregado localizado en las caras de la grieta, v_{d1} , v_{d2}
- Fuerzas por efecto de dovela, V_{d1} , V_{d2}

El momento en el cantiléver provocadas por las fuerzas de adherencia ΔT , son resistidas por el efecto de dovela y las fuerzas generadas en el agregado, a las que se adiciona la resistencia a flexión M_c del concreto mismo en la zona de compresión. La representación de estos fenómenos claramente se aprecia en la Fig.15.

En vigas con dimensiones normales, un máximo de 20% de las fuerzas por adherencia pueden ser resistidas por flexión en el concreto. Sin acero de refuerzo en el alma, la capacidad del efecto de dovela se limita a la resistencia a tensión del concreto siendo prácticamente nula. Cuando se cuenta con acero de refuerzo lateral, la contribución del efecto de dovela no excede el 25% de la resistencia total del cantiléver. El ancho de la grieta, la rugosidad de su superficie, la deformación por cortante y la resistencia del concreto determinan la resistencia por cortante directo o cizalleo en el agregado, siendo aproximadamente del 50 al 70% de las fuerzas por adherencia las que se resisten por este efecto del agregado en la superficie de la grieta.

El cortante transmitido por la zona de concreto a compresión, arriba de la grieta diagonal, incrementa lentamente durante los procesos de carga hasta alcanzar un máximo de 25 a 40% del total de la fuerza cortante incidente en la sección transversal de la viga.

4.2.3 Acción de arco en el claro de cortante.

$$V_s = T d(j_d)/dx$$

En este mecanismo la fuerza cortante se transmite por compresión diagonal en el concreto de los elementos estructurales. La intensidad de los esfuerzos de compresión diagonal dependen de la inclinación del campo de esfuerzos principales. La relación entre claro de cortante y peralte de la sección (a/d) define una medida de esta inclinación (Fig.16). El efecto del mecanismo de arco resulta inefectivo cuando la fuerza de cortante se transmite a la zona a tensión.

El tipo de fallas que se presentan en un elemento estructural por el mecanismo de arco son:

- La propagación de las grietas inclinadas de cortante reducen la zona a compresión excesivamente, provocando aplastamiento del concreto sujeto a esfuerzos de compresión.
- La línea de esfuerzos a compresión puede presentar excentricidad respecto al eje del elemento, y generar una falla de tensión por efecto de flexión en la "zona a compresión".
- Cuando la relación entre claro de cortante y peralte de la sección es pequeña ($a/d < 2$), se observa una considerable reserva de resistencia producto de mayor eficiencia en el mecanismo de arco. En estos casos se presentará una falla por aplastamiento del concreto en el estrato diagonal a compresión, o falla por problema de adherencia y anclaje en el refuerzo longitudinal.

4.2.4 Papel del acero de refuerzo lateral en el comportamiento de un elemento estructural.

Los estribos o acero de refuerzo lateral contribuyen en los mecanismos de resistencia ante fuerza cortante de la siguiente manera:

- Contribuye a incrementar la resistencia por el efecto de dovela y disminuir la deformación relativa entre las caras de la grieta.
- Disminuye los esfuerzos de tensión por flexión en los voladizos formados entre los agrietamientos del elemento (ver Fig.15), mediante una fuerza diagonal de compresión producto del efecto de armadura.
- Limita la apertura de las grietas diagonales al rango elástico, favoreciendo la transferencia de cortante por cortante directo o cizalleo en el agregado localizado en la superficie de la grieta.
- Proporciona confinamiento al concreto de la zona a compresión, incrementando su resistencia a compresión.
- Previene un brusco decremento en la resistencia por adherencia cuando el agrietamiento por problema de adherencia y anclaje se desarrolla en zonas de anclaje y/o traslape.

4.3 Cálculo aproximado de la resistencia por cortante.

Para determinar la resistencia ante cortante han surgido una serie de investigaciones de gran importancia en el campo del concreto reforzado. Así, como punto inicial de la teoría de los mecanismos de transmisión y resistencia de fuerza cortante está el concepto de "analogía de la armadura" propuesto por Ritter en 1899, pasando por los trabajos de Ritter y Morsch de 1903 sobre la transmisión del total de la fuerza cortante por el refuerzo lateral del elemento. También de importancia es el trabajo desarrollado por Talbot en 1909 donde plantea que 2/3 de la fuerza cortante incidente la resiste el refuerzo lateral y el 1/3 restante el concreto en la zona a compresión. En los años 50's, Walther y Morrow seguían haciendo trabajos analíticos importantes. Igualmente, Kani en el período comprendido entre 1964 y 1969 realizó trabajos teórico-experimentales encaminados a desglosar cualitativa y cuantitativamente los mecanismos que intervienen en la transmisión de la fuerza cortante incidente en un elemento de concreto reforzado, introduciendo el concepto de "acción de viga" (también conocido como modelo de diente) del segmento de concreto localizado entre dos grietas producto de efecto flexo-cortante. Todos estos estudios, básicamente no han cambiado el concepto primario propuesto por Ritter y Morsch, y es en base a estos conceptos y resultados que la mayoría de los códigos y reglamentos actuales proponen sus formulaciones para el cálculo de la resistencia por cortante de elementos de concreto reforzado.

A continuación se presentan las fórmulas básicas propuestas en los reglamentos del DDF, ACI y AIJ:

RDF para $p_t \leq 0.01$