$$V_{ATA} = (40 + 1.5 * 12.7)(4 + 1.5 * 12.7)\ 12.7 = 17{,}286.0\ m^3$$

$$\rightarrow\ Costo = 17{,}286.0 * 150*10^3 = \$\ 2.5929*10^9$$

Para el túnel, $V_{TUN} = \frac{\pi}{4} * 500 * (8.5)^2 = 28372.5\ m^3$

$$\rightarrow\ Costo = 28{,}372.5 * 60*10^3 = \$\ 1.7024*10^9$$

Tapón y compuerta: $Costo = 6.25*10^6 * 8.5^2 = \$\ 451{,}562{,}500$

Por lo tanto el costo de construcción de una obra de desvío con probabilidad de falla de 0.01, con un túnel de 8.5 m de diámetro y una ataguía aguas arriba de altura 12.7 m será

$$C_{CONST} = 2.5929*10^9 + 1.7024*10^9 + 451{,}562{,}500 = \$\ 4{,}746{,}812{,}763$$

El costo esperado total de esta obra de desvío, tomando en cuenta el costo por falla, se obtiene sumando el costo de construcción al costo potencial de falla, multiplicado por la probabilidad de que esta ocurra. Por lo tanto será de:

$$C_{total} = 4.7468*10^9 + 0.01 * 2.0426*10^{10} = \$\ 4.95104*10^9$$

Conviene hacer notar que esta solución se obtuvo probando distintos valores de H_E hasta encontrar uno cuya probabilidad de fracaso fuera aproximadamente de 0.01.

Los resultados obtenidos para los demás diámetros y para probabilidades de falla entre 0.05 y 0.01 se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 3.3: Resultados del método del segundo momento

D (m)	Altura de ataguía (m)	Probabilidad de falla	Costo de construcción ($)
6	22.10	0.05	1.0082e+10
6	23.30	0.04	1.1273e+10
6	25.10	0.03	1.3250e+10
6	27.40	0.02	1.6106e+10
6	31.70	0.01	2.2534e+10
7	14.30	0.05	4.8154e+9
7	14.80	0.04	5.0786e+9
7	15.60	0.03	5.5257e+9
7	16.60	0.02	6.1311e+9
7	18.50	0.01	7.4300e+9
8	11.70	0.05	4.0845e+9 *
8	12.00	0.04	4.2048e+9 *
8	12.30	0.03	4.3290e+9 *
8	12.80	0.02	4.5450e+9
8	13.80	0.01	5.0115e+9
8.5	11.20	0.05	4.1397e+9
8.5	11.40	0.04	4.2141e+9
8.5	11.70	0.03	4.3305e+9
8.5	12.10	0.02	4.4917e+9*
8.5	12.70	0.01	4.7468e+9 *
9	11.00	0.05	4.3259e+9
9	11.20	0.04	4.3996e+9
9	11.40	0.03	4.4750e+9
9	11.70	0.02	4.5913e+9
9	12.20	0.01	4.7939e+9
10	11.20	0.05	4.9847e+9
10	11.30	0.04	5.0186e+9
10	11.40	0.03	5.0567e+9

En donde los asteriscos indican los valores mínimos para cada probabilidad de falla.

En las figuras 3.1 a 3.5 se muestran las gráficas de diámetro de túnel contra costo de construcción de la obra de desvío, para encontrar los valores óptimos, los cuales se muestran en la tabla 3.4.

En la tabla 3.4 se encuentran los costos de construcción, de falla y la suma de estos dos, que representa el costo final. En las figuras 3.6 y 3.7 se muestran estos resultados.

Finalmente se selecciona el período de retorno que corresponde al menor costo total, que toma en cuenta costos de construcción y costos por falla. Con esta probabilidad se regresa a las gráficas 3.1 a 3.5 para seleccionar el diámetro óptimo, y de la tabla 3.3 se elige la altura de ataguía que corresponde a ese diseño.

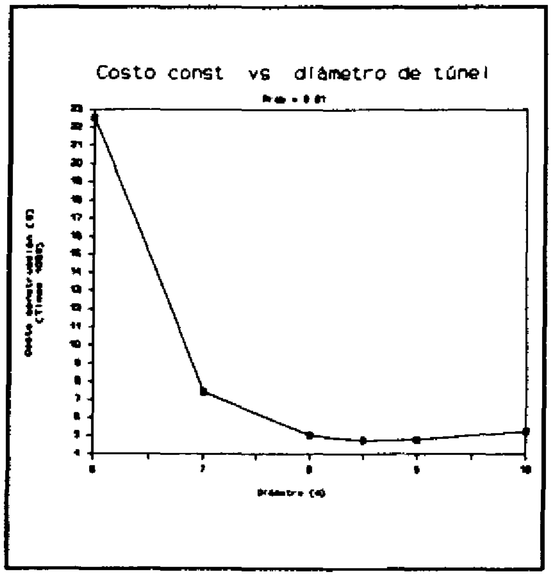

Figura 3.1:

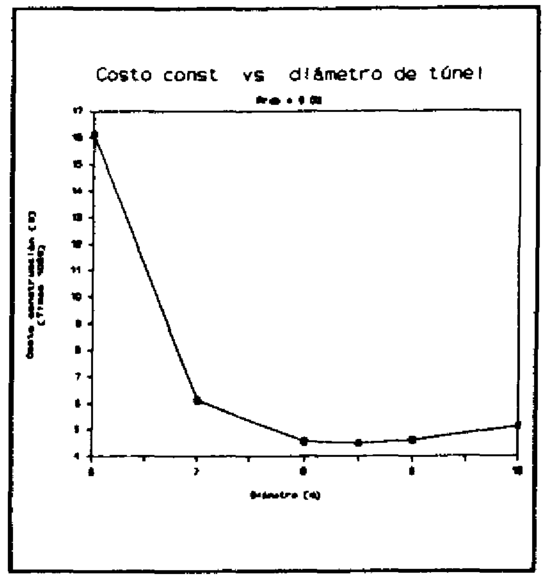

Figura 3.2:

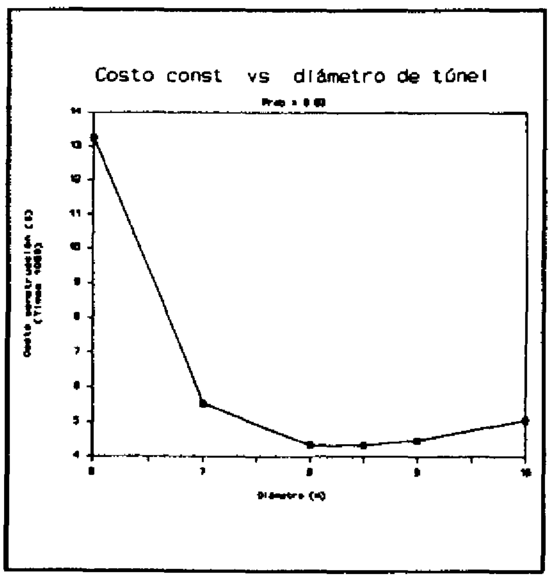

Figura 3.3:

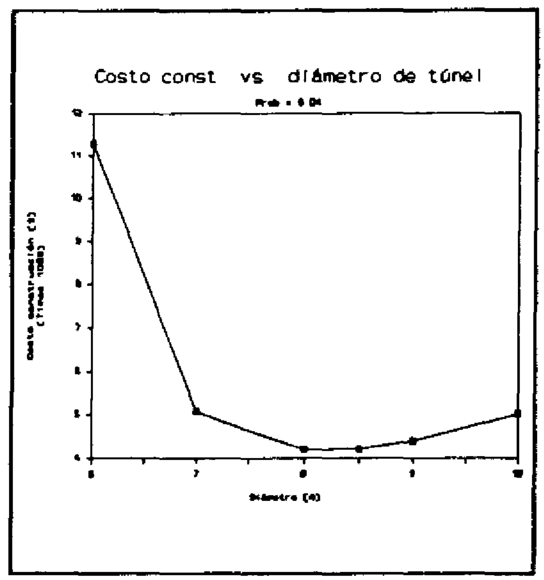

Figura 3.4:

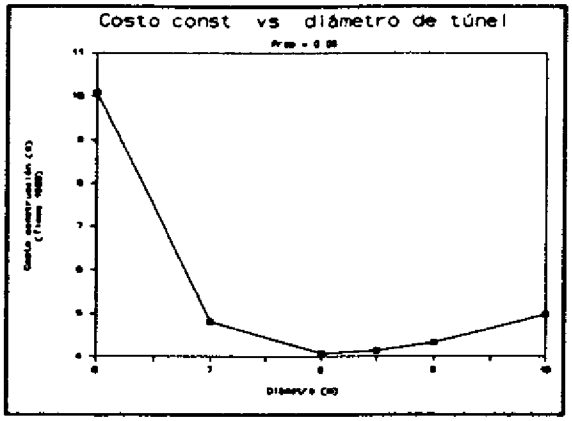

Figura 3.5:

Método de Monte Carlo

Para calcular las probabilidades de falla se utilizó el programa DMON.BAS, el cual se muestra en el apéndice.

Se consideraron diversos valores del diámetro D y de la altura H_B, y en cada caso se generaron 500 números aleatorios para cada una de las variables R, D, n y Q, con distribución normal y con los parámetros dados al principio de este capítulo.

Tabla 3.4: Costos por el método del segundo momento

Probabilidad de falla	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
Diámetro (m)	8	8	8	8.5	8.5
Altura (m)	11.70	12.00	12.30	12.10	12.70
Costo por construcción ($)	4.085e9	4.205e9	4.329e9	4.492e9	4.747e9
Costo por falla ($)	1.021e9	8.169e8	6.127e8	4.085e8	2.042e8
Costo total ($)	5.106e9	5.022e9	4.942e9	4.900e9	4.951e9

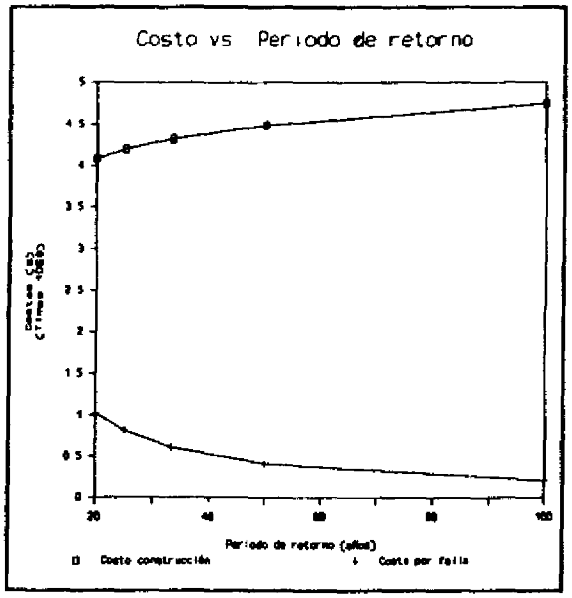

Figura 3.6:

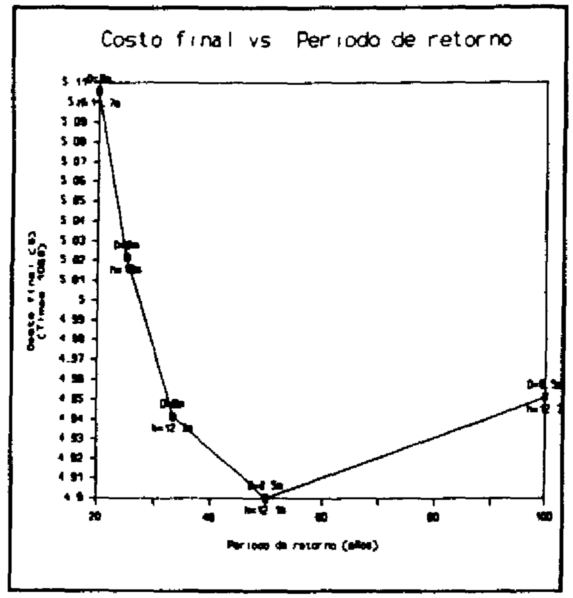

Figura 3.7:

Debido a la variación de los resultados se repitió todo lo anterior unas cuatro veces, con el objeto de formar las figuras 3.8 a 3.13, en las que cada punto corresponde al resultado de una simulación con 500 números aleatorios. Se puede observar que los puntos se pueden ajustar a una curva, como la mostrada a manera de ejemplo en las figuras, en la que se relaciona la altura H_E y la probabilidad de falla para un diámetro dado.

Usando las gráficas anteriores, para una probabilidad de falla en especial y un diámetro dado, por ejemplo 0.03, y 9 m, se puede encontrar su altura H_E, que en este caso es de 9.95 m (ver fig. 3.12), y el costo de construcción. Lo anterior se muestra en las figuras 3.14 a 3.18, que son semejantes a las producidas por el método del segundo momento.

En adelante el método de selección es el mismo empleado en el método del segundo momento, como puede verse en las gráficas 3.19 y 3.20.

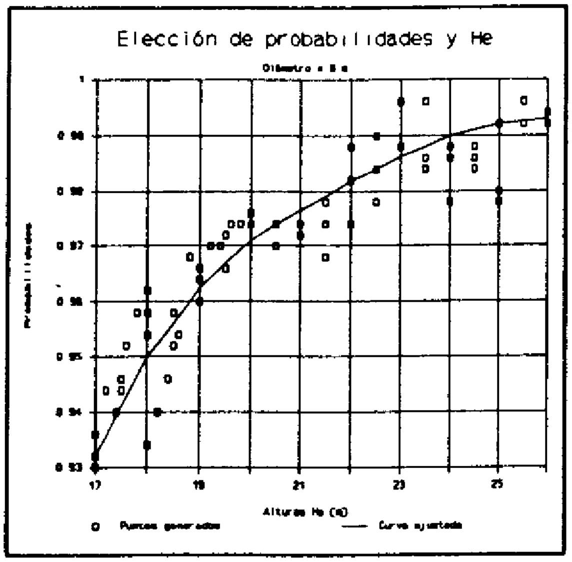

Figura 3.8:

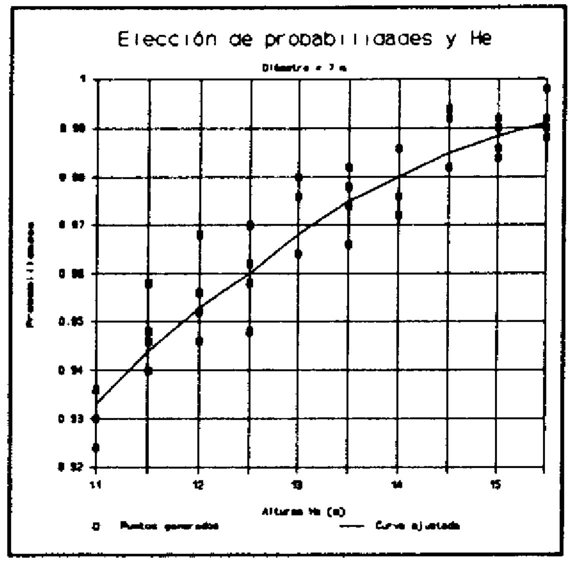

Figura 3.9:

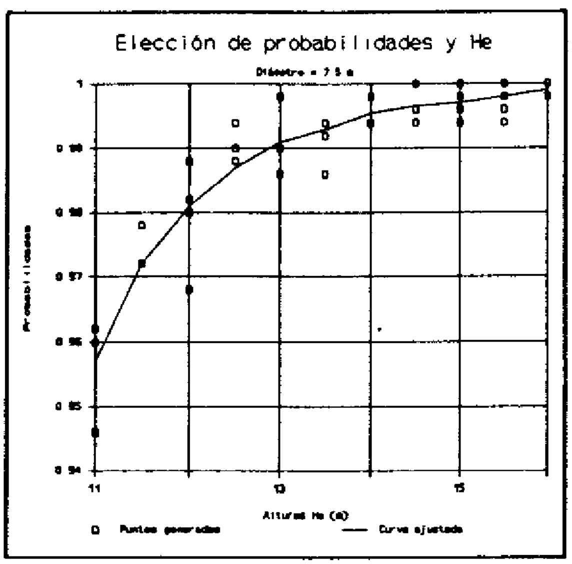

Figura 3.10:

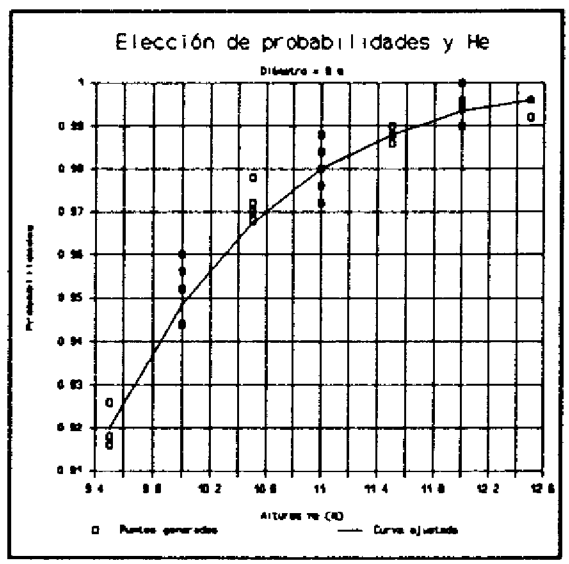

Figura 3.11:

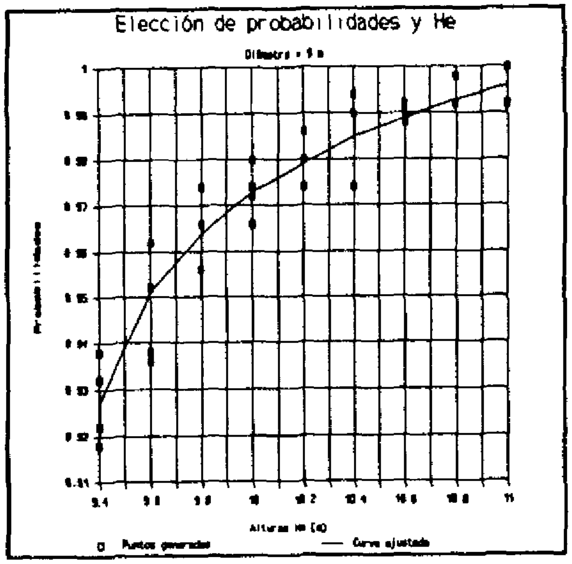

Figura 3.12:

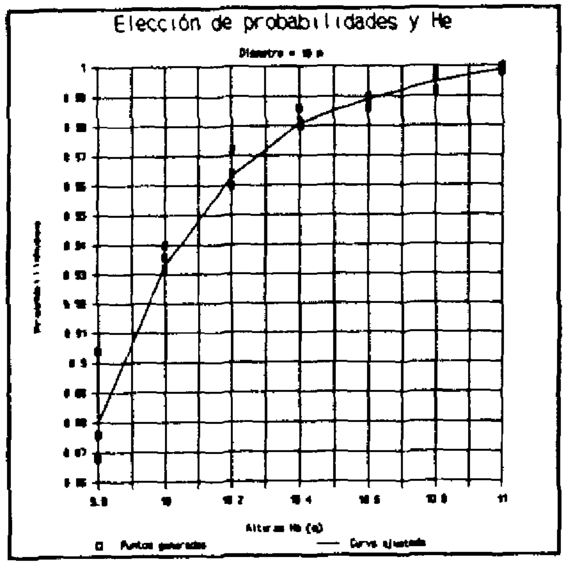

Figura 3.13:

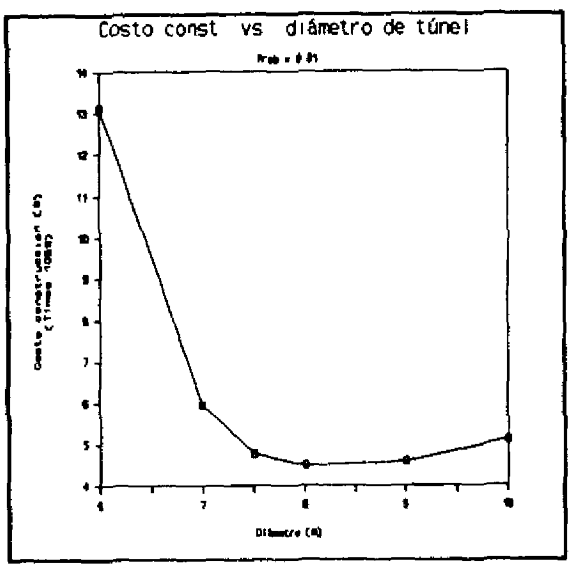

Figura 3.14:

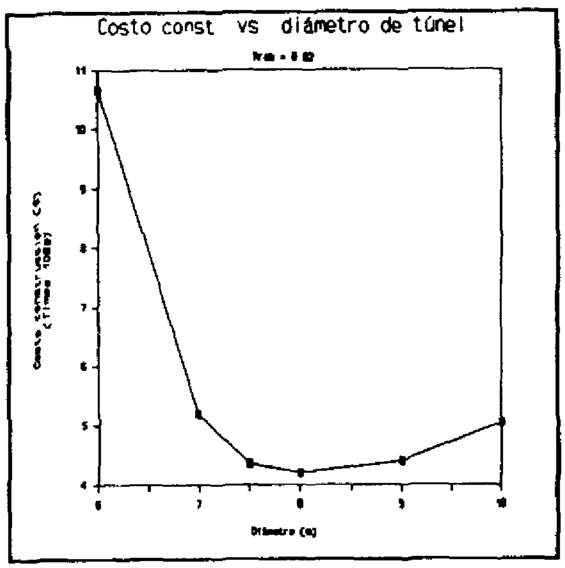

Figura 3.15:

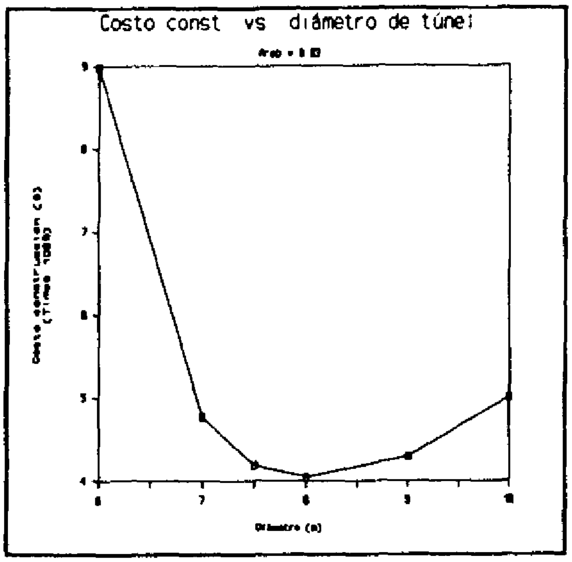

Figura 3.16:

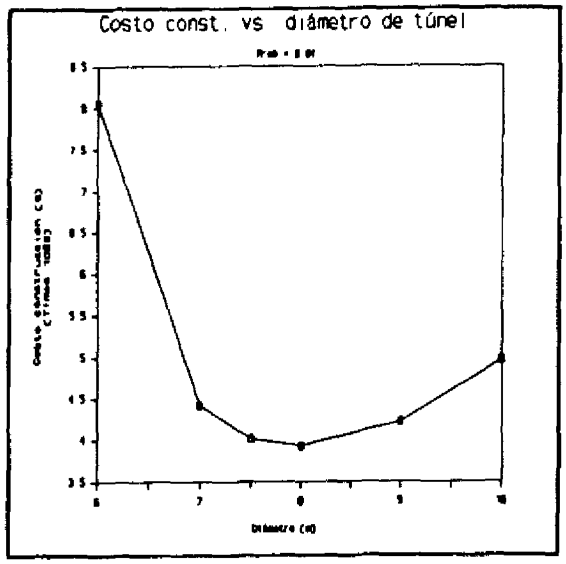

Figura 3.17:

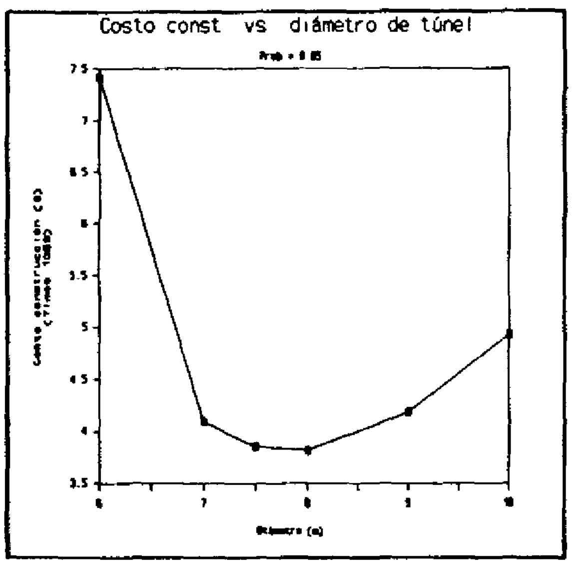

Figura 3.18:

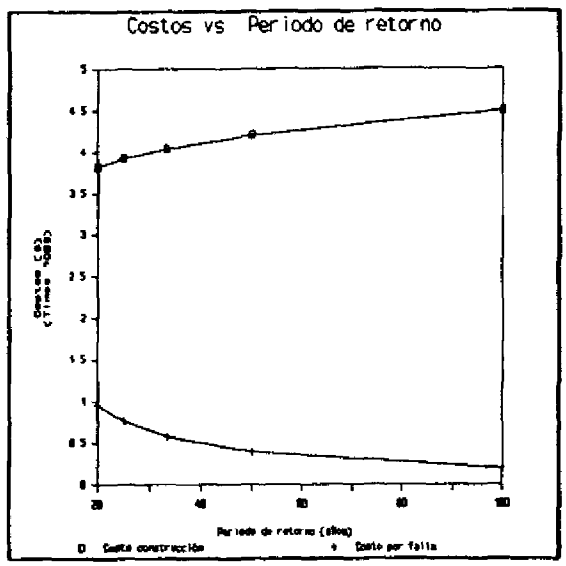

Figura 3.19:

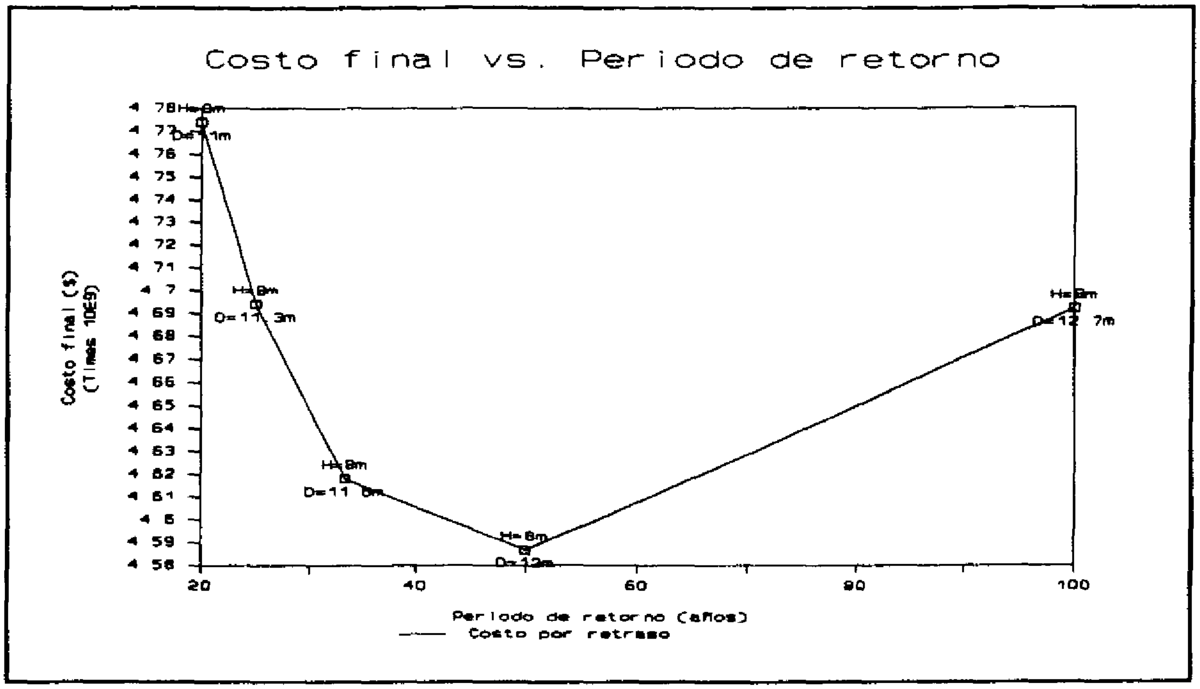

Figura 3.20:

Comparación de resultados

De las figuras 3.7 y 3.20, correspondientes a los métodos del 2° momento y de Monte Carlo respectivamente, puede elegirse un diámetro y una altura de ataguía. En la tabla 3.5 puede verse un resumen de estos resultados.

Como puede observarse los resultados de ambos métodos no difieren mucho; sin embargo, estrictamente los resultados de el método de Monte Carlo son menores a los de el método del 2° momento.

Lo anterior puede observarse en la gráfica 3.21, en la que se han dibujado varios resulta de ambos métodos, específicamente las probabilidades, representada por **F**, a la

Tabla 3.5: Comparación de resultados finales

	2° momento	Monte Carlo
Tr (años)	50	50
D (m)	8.5	8
h (m)	12.1	12.0

que se le ha aplicado dos veces el logaritmo natural y multiplicado por -1[2]. Se utilizó una escala logarítmica en los ejes vertical y horizontal donde la línea diagonal representa una correlación exacta. Se observa que en efecto, el método del 2° momento produce probabilidades menores que los de Monte Carlo.

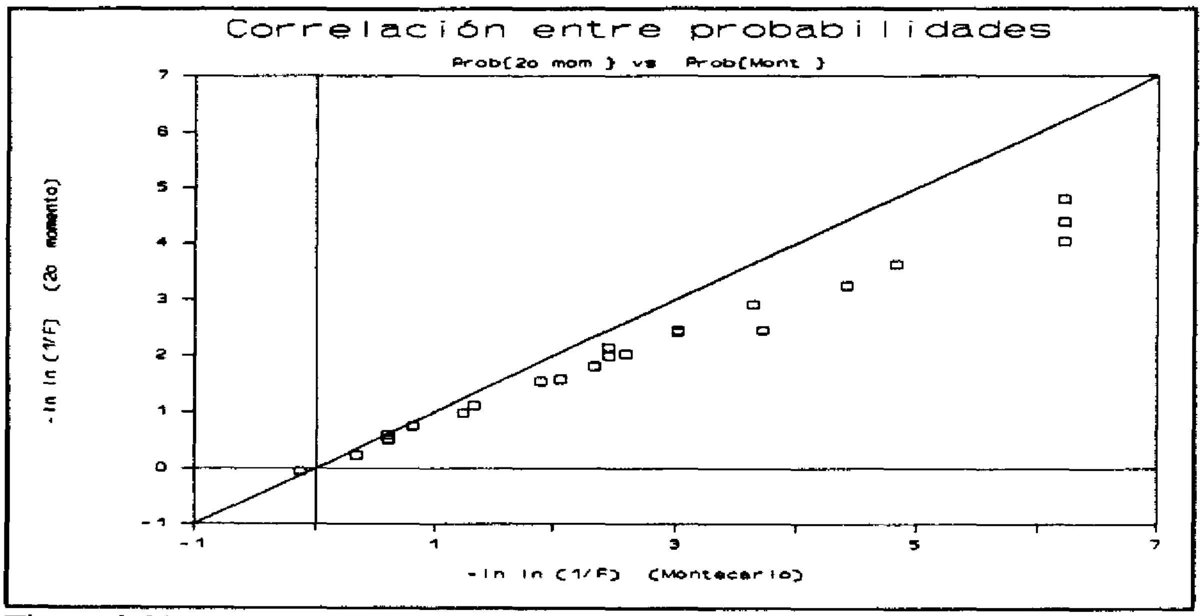

Figura 3.21:

[2] Esto con la finalidad de que se pareciera a un papel con distribución Gumbel y se facilitara su comparación.

Esto podría explicarse por dos cosas:

1.- Para este caso en especial la función de probabilidad, ecuación 2.8, a la que se aplica el método del 2° momento, no es lineal siendo ésta una de las condiciones necesarias para la obtención de resultados más exactos.

2.- La dispersión en los resultados del método de Monte Carlo es relativamente grande, como puede observarse en las figuras 3.8 a 3.12, por lo que los resultados no son del todo exactos, recomendándose que se hagan más simulaciones para tener mejor definidas estas curvas, pues en teoría se reduciría la dispersión provocada por la generación de números aleatorios (ver fig. 3.22); es decir, como se trabaja con un número finito de números aleatorios (500 en el ejemplo), el resultado depende de cuales fueron esos valores, de tal manera que al seleccionar otros 500 números aleatorios el nuevo resultado no necesariamente coincide con el anterior, como se vió en las gráficas.

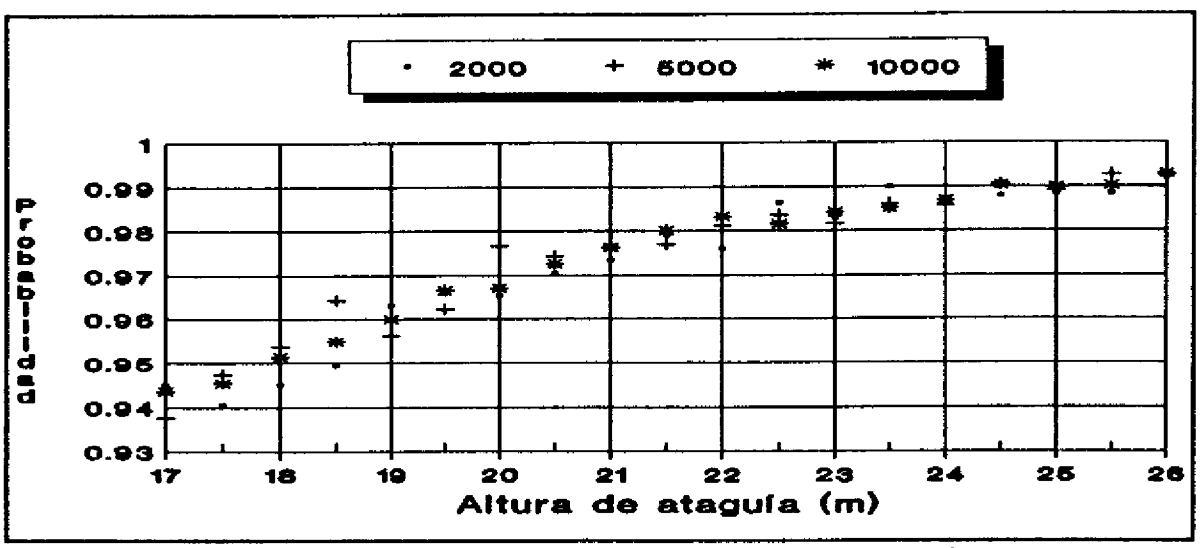

Figura 3.22: Comparación en el número generado de números aleatorios

4. CONCLUSIONES

1.- Se obtuvieron procedimientos que permiten encontrar un diseño óptimo, al seleccionar de varias combinaciones de diámetro de túnel y de altura de ataguía, la que tiene el costo mínimo para cualquier probabilidad de falla.

2.- Si se tiene una buena estimación del daño que causaría una falla, también se puede encontrar cual es el la probabilidad de falla que debe seleccionarse.

3.- El método del 2° momento es sencillo y rápido de aplicar.

4.- Los resultados obtenidos por el método del 2° momento son, en general, precisos y congruentes con la información disponible.

5.- Puede ocurrir que en el método del 2° momento los resultados no sean tan precisos, cuando la función de confiabilidad es no lineal, o bien cuando las variables con incertidumbre no siguen una distribución normal.

6.- Con los resultados del método de Monte Carlo es posible hacer una comparación con los del método del 2° momento, pues se parte también de la función de confiabilidad y de cualquier distribución de probabilidad para las variables con incertidumbre.

7.- Por lo anterior se recomienda utilizar normalmente el método del 2° momento. Si la función de confiabilidad es no lineal, se pueden hacer algunas comparaciones con el método de Monte Carlo y solamente cuando los resultados sean muy diferentes utilizar dicho método teniendo cuidado de generar un número suficiente de números aleatorios (del orden de 5 000 a 10 000 números o más para cada variable aleatoria) con objeto de disminuir la dispersión en los resultados.

REFERENCIAS

1.- Ortega, Próspero, "Aguamilpa: la magnitud de una obra", revista de Ingeniería Civil, agosto-octubre de 1990, pp. 31 y 32.

2.- Manual de C.F.E., Obras de desvío.

3.- Aplicaciones de análisis estocástico a problemas hidráulicos. Informe del proyecto 9112. Instituto de Ingeniería, México D.F. Octubre de 1989.

4.- Reuven Y. Rubinstein: "Simulation and the Monte Carlo Method", John Wiley & Sons., 1981, p. 11.

APENDICE

A continuación se presentan los programas usados en este documento. Ambos están escritos en lenguaje QuickBasic:

Método del Segundo Momento

```
'         Programa para el cálculo de una obra de desvío
'            Mediante el Método del Segundo Momento
'               Autores: J.L. Sánchez B. y M. Jiménez
'                     Versión: Junio de 1991
' $INCLUDE: 'c:\qb45\qblib\mysubs.inc'
CLEAR
name$ = Comlinea(1, COMMAND$)
READ rm, sr, nm, sn
DATA 1,.0215,.03,.0061
READ qm, sq, sd
DATA 91.93,55.8845,.195
READ co, ko
DATA .1074,5146.7953
PRINT TAB(15); DATE$; SPC(20); TIME$
DO
CLS
INPUT "He = ", he
INPUT "Dm = ", dm
ba = -4
bz = 5
r = rm
n = nm
Q = qm
d = dm
j = 1
bv = ba
tol = 1
WHILE ABS(tol) > .0001
  bi = ba
  bs = bz
  dr = d + co + Q ^ 2 / d ^ 4 + ko * (n * Q) ^ 2 / d ^ (16 / 3) - 1
  dn = 2 * r * ko * n * Q ^ 2 / d ^ (16 / 3)
  dq = 2 * r * (co / d ^ 4 + ko * n ^ 2 / d ^ (16 / 3)) * Q
  x1 = 1 - 4 * co * Q ^ 2 / d ^ 5
  x2 = 16 * ko * (n * Q) ^ 2 / (3 * d ^ (19 / 3))
  dd = r * (x1 - x2)
  dr = dr * sr
  dn = dn * sn
  dq = dq * sq
```

```
   dd = dd * sd
   ss = (dr ^ 2 + dn ^ 2 + dq ^ 2 + dd ^ 2) ^ .5
   ar = -dr / ss
   an = -dn / ss
   aq = -dq / ss
   ad = -dd / ss
   tol1 = 1
   WHILE ABS(tol1) > .0001
      bm = (bi + bs) / 2
      r = rm - bm * ar * sr
      n = nm - bm * an * sn
      Q = qm - bm * aq * sq
      d = dm - bm * ad * sd
      hc = r * (d + co * Q ^ 2 / d ^ 4 + ko * (n * Q) ^ 2 / d ^ (16 / 3) - 1)
      tol1 = he - hc
      IF he > hc THEN bi = bm ELSE bs = bm
   WEND
   tol = bm - bv
   PRINT USING "J =###"; j;
   PRINT USING "   Bm =##.#####"; bm
   PRINT USING "Ór = ###.####"; ar
   PRINT USING "Ón = ###.####"; an
   PRINT USING "ÓQ = ###.####"; aq
   PRINT USING "Ód = ###.####"; ad
   bv = bm
   l = j
   j = l + 1
WEND
p = pnormal(bm)
PRINT "Ya acabé :"
PRINT USING "J =###"; j;
PRINT USING "  ß =###.#####"; bm;
PRINT USING " ==> P =##.#####"; p;
PRINT USING "   Q =###.## m3/s"; Q;
PRINT USING "  He =###.## m"; he;
PRINT USING "  D =###.## m"; dm

a$ = desea$
IF UCASE$(a$) = "S" THEN
   condensado
   LPRINT USING "J =##"; j;
   LPRINT USING "  ß =###.#####"; bm;
   LPRINT USING " ==> P =##.#####"; p;
   LPRINT USING "  Q =###.## m3/s"; Q;
   LPRINT USING "  He =###.##  m"; he;
   LPRINT USING "  D =###.## m"; dm
   LPRINT
```

```
   nocondensado
END IF

a$ = desead$
IF UCASE$(a$) = "S" THEN
   IF name$ = "" THEN name$ = "2mom"
   OPEN "c:\martin\confia\res\" + name$ + ".res" FOR APPEND AS #1
   PRINT #1, USING "ß=###.#####"; bm;
   PRINT #1, USING "  P=##.#####"; p;
   PRINT #1, USING "   Q=###.## m3/s"; Q;
   PRINT #1, USING "   He=###.## m"; he;
   PRINT #1, USING "   D=###.## m"; dm
   CLOSE #1
END IF

LOOP WHILE UCASE$(a$) <> "X"
```

Método de Monte Carlo

```
'  Programa para comprobar el Método del Segundo Momento
'           dentro de la Teoría de Confiabilidad
'              aplicado a una obra de desvío
'             por medio del método de Montecarlo
'  Versión Junio de 1991-COPYRIGHT Martín Jiménez Espinosa
'
' $INCLUDE: 'c:\qb45\qblib\mysubs.inc'
CLEAR : CLS
DEFINT I
DIM SHARED n AS INTEGER, k AS INTEGER, m AS INTEGER, ic AS INTEGER
DIM SHARED icate  AS INTEGER, a$
n = VAL(COMMAND$)
IF n = 0 THEN n = 200                        ' No. de elementos
m = 15                          ' No. de categorias
media1 = 1                      ' Media
desv1 = .0215                   ' Desv.
media2 = .03                    ' Media n
desv2 = .0061                   ' Desv. n
media3 = 91.93                  ' Media Gasto
desv3 = 55.8845                 ' Desv. Gasto
INPUT "He = ", He                 ' Altura de ataguía 1
INPUT "Diámetro = ", media4         ' Media diámtro 1
desv4 = .195                    ' Desv. Diámetro
co = .1074                      ' Constantes
ko = 5146.7953#                   ' Constantes
z = 1                           ' Constantes

DIM SHARED r(n + 1), ene(n + 1), Q(n + 1), d(n + 1), frecr(m)  AS INTEGER,
frecene(m) AS INTEGER, frecQ(m) AS INTEGER, frecd(m) AS INTEGER' variables y
frec.
DIM SHARED s1(n), frecs1  AS INTEGER
DIM  SHARED  probr(m),  probene(m),  probQ(m),  probd(m),  proby1,  marcar(m),
marcaene(m), marcaQ(m), marcad(m)

'                   Generación de elementos
CLS
SCREEN 0
RANDOMIZE TIMER
FOR ic = 1 TO n
  pies 2, ic
'
<=====================================================
===Calculando
  r(ic) = normal(RND, media1, desv1)
  ene(ic) = normal(RND, media2, desv2)
```

```
  Q(ic) = normal(RND, 91.93, 45)
  'IF Q(ic) < 0 THEN Q(ic) = 0
  d(ic) = normal(RND, media4, desv4)
  s1(ic) = r(ic) * (d(ic) + co * Q(ic) ^ 2 / d(ic) ^ 4 + ko * (ene(ic) * Q(ic)) ^ 2 / d(ic)
^ (16 / 3) - z)
  mediams1 = mediams1 + s1(ic)
  mediams12 = mediams12 + s1(ic) ^ 2
NEXT ic
pies 4, 0

'              Resultados por el método de Montecarlo

CLS
FOR icN = 1 TO n
  IF s1(icN) <= He THEN frecs1 = frecs1 + 1
NEXT icN
p = frecs1 / n
LOCATE 5, 20
PRINT "Resultados por el método de Montecarlo"
PRINT
PRINT TAB(7); "Prob{f(r,n,Q,d)¾ ";
PRINT USING "###.##"; He;
PRINT " } =";
PRINT USING "###.####"; p;
PRINT USING "    Z =###.####"; bnormal(p);
PRINT USING "   D = ###.##"; media4
PRINT

a$ = desea
IF UCASE$(a$) = "S" THEN
  pies 3, 0
  LPRINT TAB(20); "Resultados por el método de Montecarlo"
  LPRINT
  LPRINT TAB(18); "Prob{f(r,n,Q,d) ¾ ";
  LPRINT USING "###.##"; He;
  LPRINT " } =";
  LPRINT USING "###.####"; frecs1 / n;
  LPRINT USING "###.####"; p;
  LPRINT USING "    Z =###.####"; bnormal(p);
  LPRINT USING "   D = ###.##"; media4
  LPRINT
  pies 4, 0
ELSE
  COLOR 7, 0
END IF
```

```
a$ = desead
IF UCASE$(a$) = "S" THEN
   pies 3, 0
   OPEN "mon.res" FOR APPEND AS #1
   PRINT #1, USING "D=###.##"; media4;
   PRINT #1, USING "  Altura=###.###"; He;
   PRINT #1, USING "  P=###.####"; p;
   PRINT #1, USING "  Z =###.####"; bnormal(p)
   CLOSE #1
END IF
```