

1a. edición, octubre 1995.

© SECRETARIA DE GOBERNACION

© CENTRO NACIONAL DE PREVENCIÓN DE DESASTRES

AV. DELFIN MADRIGAL No. 665, COL. PEDREGAL SANTO

DOMINGO, DELEGACION COYOACAN, C.P. 04360, MEXICO, D.F.

TELEFONOS: 606 98 37, 606 97 39, 606 99 82.

FAX: 606 16 08

© Autores: Fermín García Jiménez, Oscar Fuentes Mariles y
Jesús Gracia Sánchez

Impresión a cargo de: Violeta Ramos Radilla

Derechos reservados conforme a la ley

IMPRESO EN MEXICO. *PRINTED IN MEXICO*

Distribución Nacional e Internacional: Centro Nacional de
Prevención de Desastres

EL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO ES
EXCLUSIVA RESPONSABILIDAD DE LOS AUTORES

SECRETARIA DE GOBERNACION

Lic. Emilio Chuayffet Chemor

Secretario de Gobernación

Lic. Juan Ramiro Robledo Ruiz

Subsecretario de Protección Civil y de Prevención
y Readaptación Social

CENTRO NACIONAL DE PREVENCIÓN DE DESASTRES

Dr. Roberto Meli

Director General

Dr. Tatsuo Murota

Jefe de Expertos de la Agencia Internacional de Cooperación del
Japón

Dr. Mario Ordaz

Coordinador de Investigación

M. en I. Roberto Quaas

Coordinador de Instrumentación

Lic. Ricardo Cícero Betancourt

Coordinador de Difusión

SISTEMA NACIONAL DE PROTECCION CIVIL
CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES

EROSION DE LADERAS

Fermín García Jiménez
Oscar Fuentes Mariles
Jesús Gracia Sánchez

COORDINACION DE INVESTIGACION
AREA DE RIESGOS HIDROMETEOROLOGICOS

CUADERNOS DE INVESTIGACION

P R E S E N T A C I O N

La Coordinación de Investigación del Centro Nacional de Prevención de Desastres realiza estudios sobre las características de los fenómenos naturales y de las actividades humanas que son fuentes potenciales de desastres, así como sobre las técnicas y medidas que conducen a la reducción de las consecuencias de dichos fenómenos.

Las actividades enfocan la problemática de los Riesgos Geológicos (Sismos y Volcanes), de los Riesgos Hidrometeorológicos (Inundaciones, Huracanes, Sequías, Erosión) y de los Riesgos Químicos (Incendios, Explosiones, Contaminación por Desechos Industriales).

Los resultados de los estudios se publican en Informes Técnicos que se distribuyen a las instituciones y los especialistas relacionados con cada tema específico.

En adición a dichos informes técnicos de carácter muy especializado, el CENAPRED ha emprendido la publicación de esta serie, llamada CUADERNOS DE INVESTIGACION, con el fin de dar a conocer a un público más amplio aquellos estudios que se consideran de interés más general o que contienen información que conviene quede publicada en una edición más formal que la de los Informes Técnicos.

Los Catálogos de Informes Técnicos y de Cuadernos de Investigación, así como las publicaciones específicas pueden obtenerse solicitándolos por escrito a la Coordinación de Investigación del CENAPRED, o pueden consultarse directamente en su Unidad de Información.

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1	
PLANTEAMIENTO DE UN MODELO NUMÉRICO	5
1.1 ECUACIONES FUNDAMENTALES	7
1.2 SOLUCIÓN NUMÉRICA	9
1.3 MODELO MATEMÁTICO	12
CAPÍTULO 2	
PROGRAMA DE CÁLCULO	17
CAPÍTULO 3	
EJEMPLOS DE APLICACIÓN	19
3.1 EJEMPLO No. 1	19
3.2 EJEMPLO No. 2	19
3.3 EJEMPLO No. 3	20
3.4 EJEMPLO No. 4	21
3.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS	22
CAPÍTULO 4	
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	25
BIBLIOGRAFÍA	27
REFERENCIAS	30

INTRODUCCIÓN

Gran parte del territorio mexicano está expuesto a la erosión de suelos, y particularmente a la originada por lluvia. Esto produce la pérdida de un valioso recurso natural como lo es el suelo; que para fines prácticos, se considera no renovable.

La pérdida de suelo repercute en una gran cantidad de problemas. En México gran parte de la producción agrícola proviene de las zonas temporeras, y es en estos sitios donde se acentúa la pérdida de suelo útil por erosión, debido al régimen de lluvias, la orografía y las técnicas de cultivo. Paradójicamente, el suelo que se pierde en las cuencas, causa un problema en los embalses, pues reduce su capacidad de almacenamiento de riego, generación eléctrica, control de avenidas o disponibilidad de agua para consumo humano.

La gestación de la erosión del suelo ocurre en varios años, y por lo que sus manifestaciones no son apreciables a corto plazo, sino hasta que se encuentran en la fase final, cuando ya se ha perdido la mayor parte del suelo útil (se han formado cárcavas).

En zonas semiáridas, el problema de arrastre de sedimento adquiere un papel muy importante debido a que el suelo, que en su mayoría es arena, es fácil de transportar cuando se presentan avenidas de gran tamaño, como ocurrió en la ciudad de Los Cabos, Baja California Sur, en noviembre de 1993. Lo cual originó pérdidas de vidas humanas y grandes daños materiales.

El flujo de agua en laderas se conocen generalmente en el ámbito científico internacional bajo el rubro de "overland flow". En este tipo de flujo, el movimiento del agua

ocurre en áreas extensas con tirantes pequeños, por lo que la rugosidad tiene una gran influencia y el régimen es de tipo subcrítico aún en laderas con pendientes fuertes. Entre sus aplicaciones más importantes está el transporte de suelo y la formación del sedimentograma en determinada sección de la ladera.

En la erosión de suelos existen dos efectos relevantes. Uno consiste en el desprendimiento de partículas de suelo por salpicamiento durante la lluvia y, el otro, en la separación de material del terreno por la fuerza tractiva que desarrolla el flujo sobre el suelo. Una vez libres, las partículas sólidas son transportadas por el escurrimiento superficial.

El material extraído de una ladera se considera de dos tipos: fino y grueso. El fino es aquel que una vez puesto en suspensión no se deposita. El grueso corresponde a las partículas de suelo que transporta el flujo que son susceptibles de depositarse, viajar en suspensión o arrastrarse en el fondo. El material fino se produce por la disgregación del suelo causado por el impacto de las gotas de lluvia, por ello tiene un carácter aleatorio. Para su evaluación puede consultarse a López y Blanco (1976). El modelo propuesto en este trabajo cuantifica únicamente al material grueso.

El flujo en laderas está asociado con la indeseable erosión de suelos. Sin embargo, existen casos donde el transporte de material por las corrientes puede ser útil, como sucede con la limpieza hidráulica de desarenadores, ya que el flujo con sedimentos permite eliminar grandes volúmenes de material sólido con un caudal de agua pequeño.

Algunas de las técnicas más empleadas para el control del flujo en laderas consisten en realizar cambios a la ladera que reduzcan la velocidad del agua como son el disminuir su pendiente o la longitud de recorrido del agua (colocando terrazas); también sucede con el

aumento de su rugosidad y reduciendo la libertad de las partículas para desprenderse del suelo (sembrando pastos y arbustos).

CAPÍTULO 1

PLANTEAMIENTO DE UN MODELO NUMÉRICO

Para determinar el transporte sólido y obtener el perfil de la ladera sujeta a los efectos de erosión y depósito se representa al flujo de agua y sedimento sobre ella.

Se considera que los gastos (por unidad de longitud) que entran lateralmente a la ladera están dados por un hietograma de precipitación efectiva (figura 1.2), deducido del histograma de lluvia total (figura 1.3) una vez que se restó la infiltración. Se presenta este enfoque para simplificar el proceso de infiltración, pues el error cometido no es importante, ya que el escurrimiento comienza después de haber satisfecho las necesidades de infiltración. De otro modo, la variación instantánea de la infiltración en el tiempo, implica un modelo matemático más complicado cuya mejora en la representación del fenómeno no es apreciable y se disminuye la concepción física del problema.

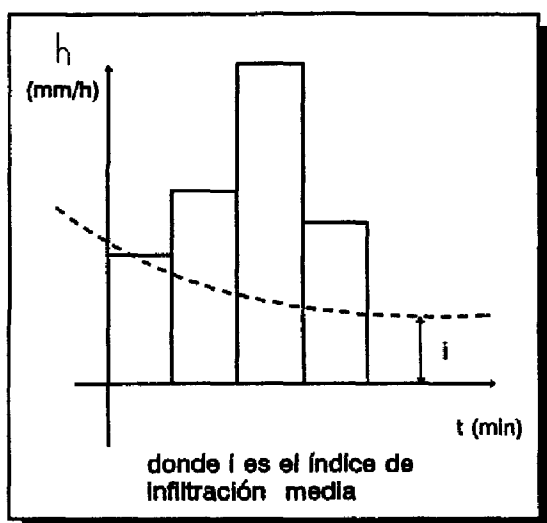


Figura 1.1. Hietograma lluvia total.

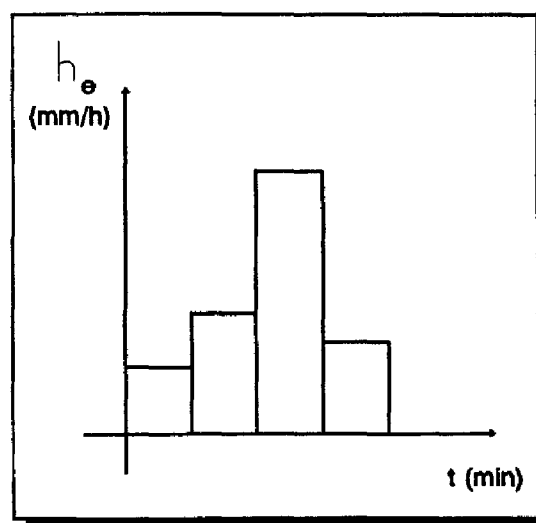


Figura 1.2. Hietograma lluvia efectiva

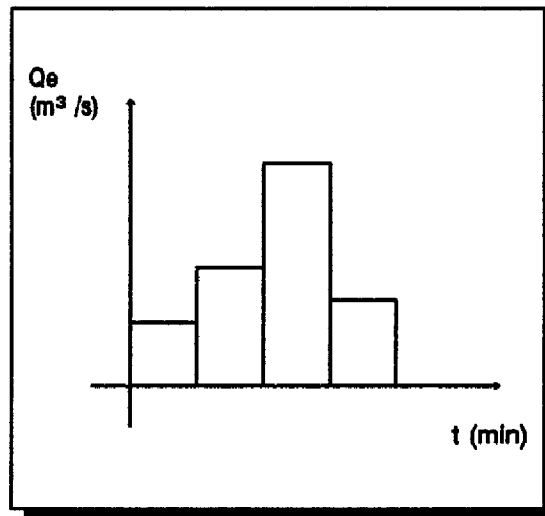


Figura 1.3. Hidrograma de entrada al inicio de cada tramo.

Para el planteamiento del modelo se establecen estas hipótesis:

- a) La ladera tiene un ancho unitario.
- b) En la ladera escurre un pequeño gasto base constante.
- c) La condición de frontera de aguas arriba consiste en la entrada de un gasto base (conocido) y la de aguas abajo, en un tirante constante (conocido).
- d) En puntos intermedios de la ladera se tienen gastos de entrada, debidos a la lluvia efectiva.
- e) Son conocidas las características físicas del material del suelo, la pendiente del terreno y la rugosidad del mismo.

Para calcular el flujo en laderas se resuelven en forma numérica las ecuaciones conservación de cantidad de movimiento y las de continuidad de gastos líquido y sólido.

1.1 ECUACIONES FUNDAMENTALES

Para un flujo gradualmente variado, no permanente y con aporte lateral; la ecuación de continuidad se expresa así

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + T \frac{\partial y}{\partial t} = q$$

donde Q es el gasto (m^3/s), T el ancho de la superficie libre (m), y el tirante (m), x la distancia (m), t el tiempo (s) y q el gasto por unidad de longitud que entra lateralmente ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$).

Para una ladera de ancho unitario, la ecuación anterior podría escribirse así

$$\frac{\partial y}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial x} - q \quad (1.1)$$

siendo Q un gasto por unidad de ancho ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$) igual a Vy , y q un gasto por unidad de área que entra lateralmente ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}^2$).

La ecuación de conservación de cantidad de movimiento (Henderson, 1966) está dada de la manera siguiente

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\alpha V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial x} + s_f = 0 \quad (1.2)$$

donde y es el tirante (m), V la velocidad del flujo (m/s), Z la cota del fondo (m), g la aceleración de la gravedad (m/s^2), α un coeficiente que sirve para tomar en cuenta la distribución de velocidades en la vertical (adimensional) y S_f la pendiente de la línea de energía (m/m).

Por último, la ecuación de continuidad del sedimento está dada por

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{(1 - n) B} \frac{\partial Q_s}{\partial x} = 0 \quad (1.3)$$

donde Z es la cota del fondo (m), Q_s el gasto sólido (kg/m^3), B el ancho promedio en el cual hay transporte de sedimento (m) y, n porosidad del material sólido depositado (adimensional).

Si se considera que

$$P = \frac{1}{1 - n}$$

$$q_s = \frac{Q_s}{B}$$

para un ancho unitario ($B = 1 \text{ m}$), la ecuación 1.3 queda

$$\frac{1}{P} \frac{\partial z}{\partial t} = - \frac{\partial q_s}{\partial x} \quad (1.4)$$

q_s representa tanto al material sólido que se arrastra en el fondo como aquel que viaja en suspensión que proviene del fondo.

Para conocer q_s se recurre a una ecuación específica. Entre las más empleadas están las de Meyer - Peter - Muller, Laursen, Shields, Duboys, Einstein - Brown, Einstein, Engelund Hansen y Schoklitsch. La selección de la ecuación depende de las condiciones particulares del estudio de interés. En este trabajo se utiliza la fórmula de Engelund - Hansen, ya que ofrece una buena representación del transporte de sedimento de laderas. Las mediciones hechas en laboratorio por Gracia (1994) justifican esta selección. Dicha fórmula es

$$q_s = \frac{0.05 C^{1/3}}{(D_r - 1)^2 \sqrt{g} D_{50}} q^{5/3} S^{5/3} \quad (1.5)$$

donde q_s es el gasto sólido total unitario ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$), D_{50} el diámetro medio geométrico de las partículas (m), g la aceleración de la gravedad (m/s^2), D_r la densidad específica relativa del material (adimensional, aproximadamente vale 2.65), q el gasto líquido unitario ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$), C el coeficiente de Chezy ($\text{m}^{1/2}/\text{s}$), y S la pendiente de la ladera (m/m).

Las variables dependientes a determinar son el tirante, la velocidad y la cota del fondo (y, V y Z).

1.2 SOLUCIÓN NUMÉRICA

La solución de las ecuaciones 1.1, 1.2 y 1.3 se obtiene por un método de diferencias finitas, teniendo en cuenta la nomenclatura de las figuras 1.4 y 1.5.

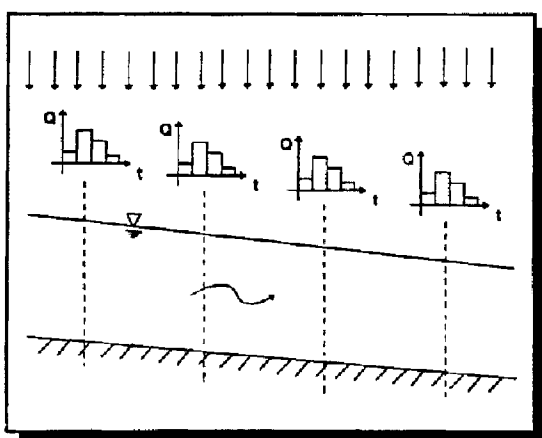


Figura 1.4. Hidrogramas de entrada en cada sección por causa de la intensidad de lluvia efectiva.

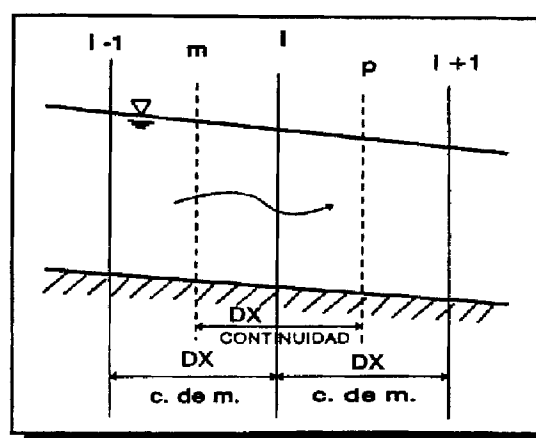


Figura 1.5. Volúmenes de control para la ecuación de Cantidad de Movimiento (c. de m.) y continuidad.

Se considera que el superíndice 0 corresponde al instante t (las variables son conocidas) y que el superíndice 1 corresponde al instante $t + \Delta t$ (las variables son desconocidas).

*** Ecuación de Continuidad.**

Un desarrollo en diferencias finitas de la ecuación 1.1 es el siguiente:

$$\frac{y_i^1 - y_i^0}{\Delta t} = - \frac{1}{\Delta x} (y_p^0 V_p^1 - y_m^0 V_m^1) + Q_{*i}^1 \quad (1.6)$$

donde Q_{*i}^1 se obtiene del hietograma de intensidad de lluvia efectiva (barra que se ubica entre los tiempos t y $t + \Delta t$).

*** Ecuación de conservación de cantidad de movimiento.**

Una versión en diferencias finitas de la ecuación 1.2 son

$$V_m^1 = \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_m} [y_{i-1}^1 - y_i^1] + \frac{V_m^0}{\alpha_m} + \frac{g \Delta t}{\Delta x \alpha_m} (Z_{i-1}^1 - Z_i^1) \quad (1.7)$$

y

$$V_p^1 = \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_p} [y_i^1 - y_{i+1}^1] + \frac{V_p^0}{\alpha_p} + \frac{g \Delta t}{\Delta x \alpha_p} (Z_i^1 - Z_{i+1}^1) \quad (1.8)$$

donde α_p y α_m están dadas como

$$\alpha_m = 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_{m+1}^0 - V_{m-1}^0) + \frac{\Delta t g n^2 |V_m^0|}{(R_m^0)^{4/3}}$$

$$\alpha_p = 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_{p+1}^0 - V_{p-1}^0) + \frac{\Delta t g n^2 |V_p^0|}{(R_p^0)^{4/3}}$$

* Ecuación de continuidad del sedimento.

La ecuación 1.4 puede ser escrita en diferencias finitas así

$$\frac{Z_i^1 - Z_i^0}{P \Delta t} = - \frac{q_{s_p} - q_{s_m}}{\Delta x} \quad (1.9)$$

Al relacionar entre sí a las fórmulas de Chezy y de Manning se llega a la expresión

$$q_s = K V^5 \quad (1.10)$$

donde

$$K = \frac{B_E n^3}{R^{1/2}}$$

siendo

$$B_E = \frac{0.05}{(D_r - 1)^2 \sqrt{g} D_{50}}$$

Finalmente, si en la ecuación de continuidad de sedimento se sustituye una versión linealizada (obtenida de la serie de Taylor) de la ecuación 1.10 y la ecuación resultante se ordena, se tiene que

$$- V_p^1 W2_p + V_m^1 W2_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} Z_i^1 - \frac{\Delta x}{\Delta t} Z_i^0 - W1_p + W1_m \quad (1.11)$$

donde W2 Y W1 están dadas por las ecuaciones siguientes:

$$W1 = 4PK(V^0)^5$$

$$W2 = 5PK(V^0)^4$$

El análisis de la estabilidad y convergencia del esquema de solución propuesto salen fuera del alcance práctico de este trabajo. Para la determinación de la relación entre Δx y Δt se recomienda usar valores distintos a Δt hasta encontrar resultados similares. Si al aplicarlo se tuvieran problemas de estabilidad, se necesita cambiar el valor del intervalo del tiempo.

1.3 MODELO MATEMÁTICO

En el modelo matemático se emplean las ecuaciones anteriores 1.5, 1.6, 1.7 y 1.11 quedando como incógnitas en cada ecuación el tirante (y) y la cota del fondo del cauce (Z). Al agrupar estas ecuaciones se tendrá un sistema con igual número de incógnitas que de ecuaciones linealmente independientes y, por lo tanto, con solución única.

Por su sencillez y flexibilidad en la solución del sistema de ecuaciones lineales se utiliza el método de Eliminación de Gauss. Para plantear las ecuaciones del modelo matemático se utiliza la nomenclatura presentada en la figura 1.6.

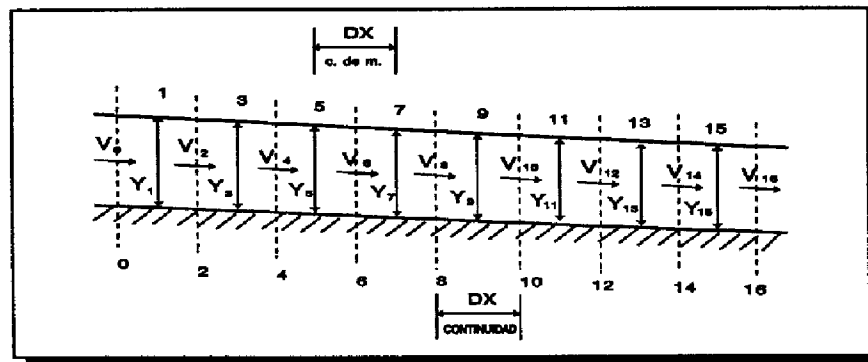


Figura 1.6. Nomenclatura para 8 secciones en la ladera.

(c. de m., significa cantidad de movimiento)

a).- Condición de frontera aguas arriba.

Se impone como frontera de aguas arriba la entrada de un gasto base conocido. Las ecuaciones que resultan de combinar las ecuaciones de continuidad de agua, cantidad de movimiento, y continuidad de sedimento son:

$$(1 + \beta_2) y_1^1 + \beta_2 Z_1^1 - \beta_2 y_3^1 - \beta_2 Z_3^1 = y_1^0 - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{y_2^0}{\alpha_2^0} V_2^0 + \frac{\Delta t}{\Delta x} Q_{b_0} - Q_*^1 \quad (1.12)$$

$$- n_2 y_1^1 + n_2 y_3^1 + \left[- \frac{\Delta x}{\Delta t} - n_2 \right] Z_1^1 + n_2 Z_3^1 = - W1(2) - \frac{\Delta x}{\Delta t} Z_1^0 + \frac{W2(2) V_2^0}{\alpha_2^0} \quad (1.13)$$

b).- Condición de frontera aguas abajo.

En la sección final del tramo se asigna un tirante constante conocido, $y_{15} = C$. Como se tiene un número grande de secciones, se propone que la variación con respecto al tiempo de la cota del terreno en la última sección sea igual a la de la sección penúltima, por lo que:

$$\frac{\partial Z_{15}}{\partial t} = \frac{\partial Z_{13}}{\partial t}$$

que en diferencias finitas puede representarse así

$$\frac{Z_{15}^1 - Z_{15}^0}{\Delta t} = \frac{Z_{13}^1 - Z_{13}^0}{\Delta t}$$

de tal manera que

$$Z_{15}^1 = Z_{13}^1 + Z_{15}^0 - Z_{13}^0 \quad (1.14)$$

Las ecuaciones que resultan son:

$$\begin{aligned}
 -\beta_{12} y_{11}^1 + (1 + \beta_{14} + \beta_{12}) y_{13}^1 - \beta_{12} Z_{11}^1 + \beta_{12} Z_{13}^1 = y_{13}^0 - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{y_{12}^0}{\alpha_{12}} V_{12}^0 + \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{y_{10}^0}{\alpha_{10}} V_{10}^0 - \\
 - Q_{12}^1 + \beta_{14} Z_{15}^0 - \beta_{14} Z_{13}^0 + \beta_{14} y_{15}
 \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned}
 n_{12} y_{11}^1 + (-n_{14} - n_{12}) y_{13}^1 + n_{12} Z_{11}^1 + \left(-\frac{\Delta x}{\Delta t} - n_{12} \right) Z_{13}^1 = -\frac{\Delta x}{\Delta t} Z_{11}^0 - W1(12) + \\
 + W1(10) + \frac{V_{12}^0 W2(12)}{\alpha_{12}} - \frac{V_{10}^0 W2(10)}{\alpha_{10}} - n_{14} Z_{15}^0 + n_{14} Z_{13}^0 - n_{14} y_{15}
 \end{aligned} \quad (1.16)$$

Además de la ecuación 1.14.

c).- Puntos intermedios

Tomando en cuenta la nomenclatura presentada en la figura 1.7

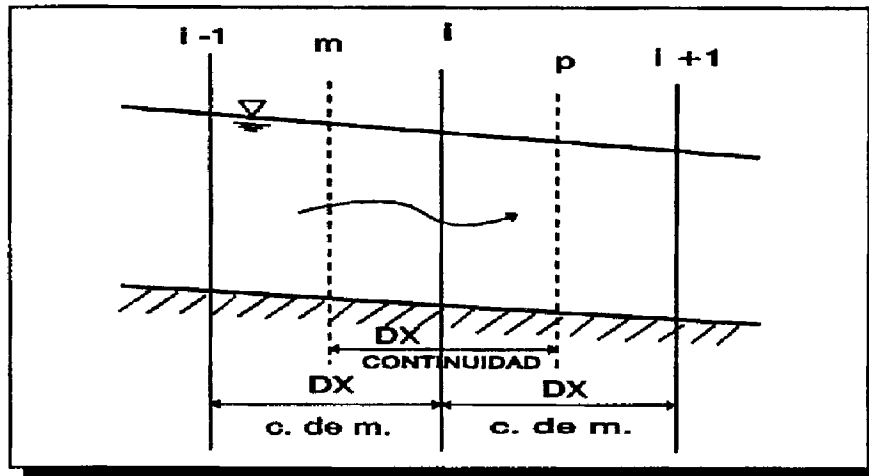


Figura 1.7. Nomenclatura para puntos intermedios en la ladera (c. de m., significa cantidad de movimiento).

y desarrollando, se llega a las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
& - \beta_m y_{i-1}^1 - \beta_m Z_{i-1}^1 + [1 + \beta_p + \beta_m] y_i^1 + [\beta_p + \beta_m] Z_i^1 - \beta_p y_{i+1}^1 - \beta_p Z_{i+1}^1 = \\
& = y_i^0 - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{y_p^0}{\alpha_p} V_p^0 + \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{y_m^0}{\alpha_m} V_m^0 - Q_{*i}^1 + Q_{*i}^0,
\end{aligned} \tag{1.17}$$

$$\begin{aligned}
& n_m y_{i-1}^1 + n_m Z_{i-1}^1 + [-n_p - n_m] y_i^1 + [-n_p - n_m - \frac{\Delta x}{\Delta t}] Z_i^1 + n_p y_{i+1}^1 + n_p Z_{i+1}^1 = \\
& = - \frac{\Delta x}{\Delta t} Z_i^0 - W1(p) + W1(m) + \frac{V_p^0 W2(p)}{\alpha_p} - \frac{V_m^0 W2(m)}{\alpha_m}
\end{aligned} \tag{1.18}$$

Considerando ahora las ecuaciones 1.12 y 1.13 para la frontera aguas arriba, 1.15 y 1.16 para la frontera aguas abajo y 1.17 y 1.18 para los puntos intermedios, se forma un sistema de ecuaciones lineales. Este sistema tiene igual número de incógnitas que de ecuaciones linealmente independientes, por lo que el sistema es compatible y con solución única (Tabla 1.1).

Tabla 1.1. Matriz ampliada del sistema de ecuaciones para el modelo propuesto.

Y_1	Z_1	Y_3	Z_3	...	Y_{11}	Z_{11}	Y_{13}	Z_{13}	Términos Independientes
$(1 + \beta_2)$	β_2	$-\beta_2$	$-\beta_2$	- - - -	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$y_1^0 - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{y_2^0}{\alpha_2} V_2^0 + \frac{\Delta t}{\Delta x} Q_{b_0}^0 - Q_1^1$
$-\eta_2 \left(-\frac{\Delta x}{\Delta t} - \eta_2 \right)$	η_2	η_2	- - - -	- - - -	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$-W1(2) - \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{z_1^0}{\alpha_1} + \frac{W2(2) V_2^0}{\alpha_2^0}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	- - - -	$-\beta_{12}$	$-\beta_{12}$	$(1 + \beta_{14} + \beta_{12})$	β_{12}	$y_{13}^0 - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{y_{12}^0}{\alpha_{12}} V_{12}^0 + \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{y_{10}^0}{\alpha_{10}} V_{10}^0 - Q_1^1 + \beta_{14} Z_{13}^0 - \beta_{14} Z_{13}^0 + \beta_{14} y_{13}^0$
$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	- - - -	η_{12}	η_{12}	$(-\eta_{14} - \eta_{12})$	$\left(-\frac{\Delta x}{\Delta t} - \eta_{12} \right)$	$-\frac{\Delta x}{\Delta t} Z_{11}^0 - W1(12) + W1(10) + \frac{V_{12}^0 W2(12)}{\alpha_{12}^0} - \frac{V_{10}^0 W2(10)}{\alpha_{10}^0} - \eta_{14} Z_{13}^0 + \eta_{14} Z_{13}^0 - \eta_{14} y_{13}^0$

Al resolver el sistema de ecuaciones se obtienen en cada una de las secciones de cálculo, en el transcurso del tiempo, la cota del fondo del cauce (Z), el tirante de agua (y). Con ellas se obtienen por medio de las ecuaciones 1.7 y 1.8 las velocidades (V).

Para proseguir con el cálculo, se asigna a las variables en el tiempo t las encontradas para $t + \Delta t$ y nuevamente se forma y resuelve el sistema de ecuaciones lineales. Esto se repite hasta que t sea igual al tiempo de simulación.

Con objeto de detectar un posible cambio de régimen (de supercrítico a subcrítico) es conveniente revisar en las condiciones críticas de cada sección.

CAPÍTULO 2

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

El procedimiento de cálculo consiste en los pasos siguientes:

1. Se proporcionan los datos: Intervalo de tiempo, distancia entre estaciones, rugosidad del terreno, pendiente, etc.
2. Se establecen los valores iniciales de los tirantes y las velocidades.
3. Se calculan los parámetros hidráulicos en cada sección.
4. Se determinan los valores; α , β , η , W_1 y W_2 . Con ellos se obtienen los coeficientes del sistema de ecuaciones.
5. Se resuelve el sistema de ecuaciones lineales. Se utilizó el método de Eliminación de Gauss.
6. Se cambian las variables del tiempo t por las calculadas (tiempo $t + \Delta t$). Se considera t igual a $t + \Delta t$.
7. Se revisan las condiciones críticas. Es conveniente obtener en el tiempo $t + \Delta t$ las condiciones críticas de cada sección, con el objeto de considerar un posible cambio de régimen que no prevé el método. Para ello se revisan las condiciones críticas del flujo de la siguiente manera: para cada sección se hace que $Q = Q_c$, con esto y con el valor de Y_s (tirante del sedimento), se determina el tirante crítico (Y_c) el cual se compara con el obtenido en la

simulación (y), si y mayor o igual que Y_c se prosigue con el cálculo, si y menor que Y_c se hace que $y = Y_c$ y se continúa con el cálculo.

8. Se continúa con el paso 3 hasta que t sea igual al tiempo de simulación.

De acuerdo con el procedimiento de cálculo para simular el flujo de agua y el transporte de sedimento en una ladera, se escribió un programa de cómputo en lenguaje Basic y cuyo diagrama de flujo y listado se presenta en García (1995).

CAPÍTULO 3

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Se presentan cuatro ejemplos teóricos. Antes de empezar a transitar la avenida en la ladera, se propone emplear un gasto base pequeño que mantiene el suelo saturado de agua, para evitar tomar en cuenta las infiltraciones que se producirían si el suelo estuviera seco, y así utilizar como lluvia de entrada a la precipitación efectiva. Se proponen diferentes condiciones de lluvia, longitud de ladera y rugosidad. Al final, teniendo los resultados del material sólido arrastrado, se hace una comparación y análisis.

3.1 EJEMPLO No. 1

Se tiene una ladera con una longitud de 20 metros, con un tipo de suelo con determinadas pendiente y rugosidad. Además se sabe que la lluvia efectiva está distribuida uniformemente en el tiempo (García, 1995). Los datos para correr el programa fueron: Pendiente de 0.03, rugosidad de 0.06, porosidad igual a $2/3$, diámetro medio de las partículas sólidas de suelo igual a 0.0002 m (arena fina). En lo que respecta a la lluvia se consideró una tormenta con una intensidad de $i = 50$ mm/h, constante en el tiempo y una duración de 40 minutos. El perfil del suelo obtenido con el modelo matemático para un tiempo de simulación de una hora se muestra en la figura 3.1.

3.2 EJEMPLO No. 2

Sean los mismos valores (lluvia, rugosidad, pendiente, etc) del ejemplo No. 1, excepto que la ladera tiene una longitud igual a 10 m. Este ejemplo sirve para verificar que al reducir la longitud de la ladera se disminuye el efecto de erosión del suelo, que si la longitud se reduce

a la mitad de la original el efecto de erosión podría disminuir a menos de la mitad (Ponce, 1991). El perfil del suelo resultante para un tiempo de simulación de una hora se muestra en la figura 3.2.

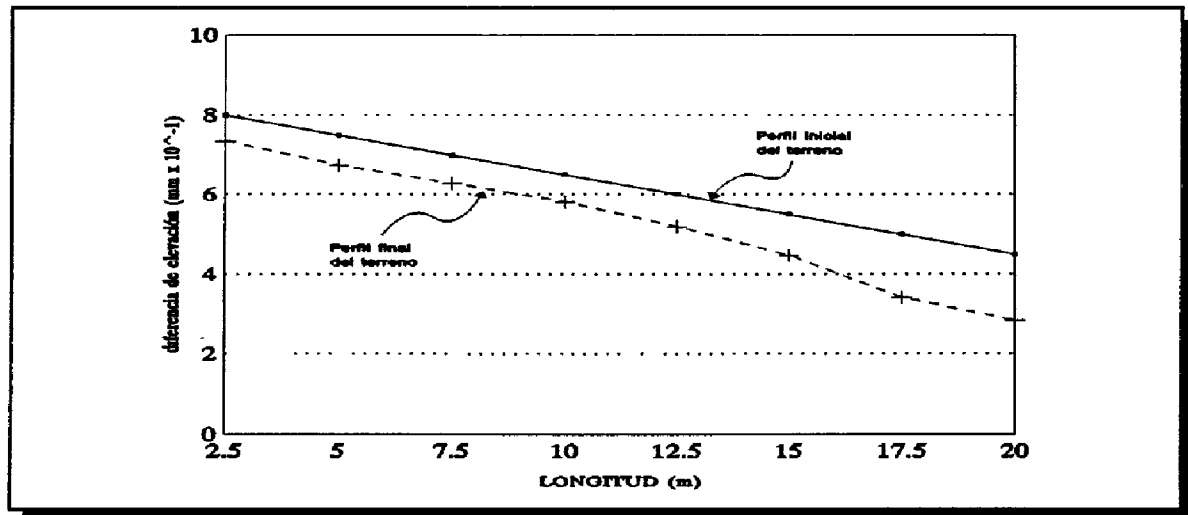


Figura 3.1. Perfil del terreno (ejemplo 1).

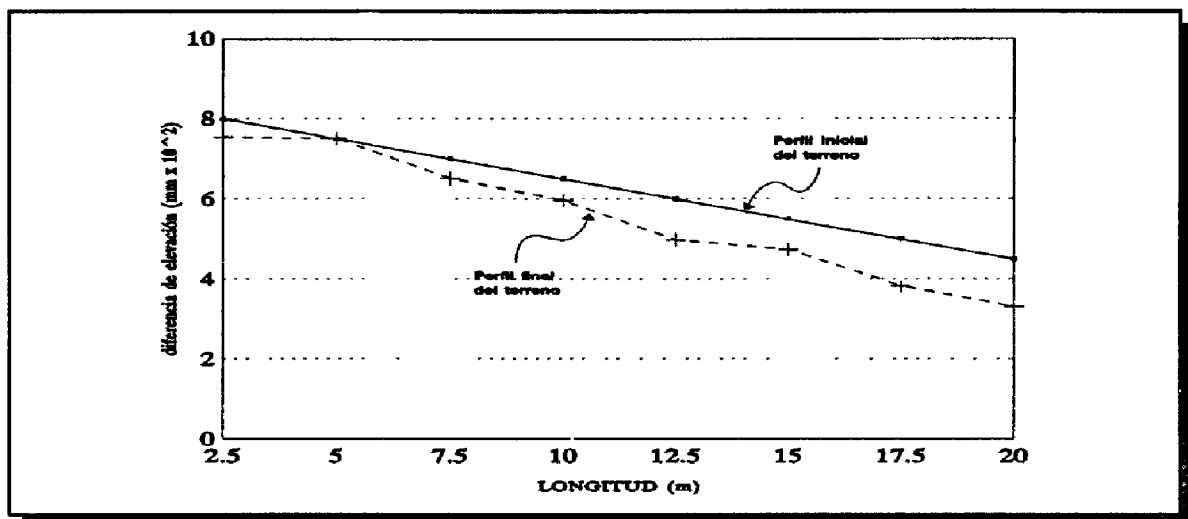


Figura 3.2, Perfil del terreno (ejemplo 2).

3.3 EJEMPLO No. 3

Se consideran los valores del ejemplo 1. Se propone una lluvia variable en el tiempo que

represente condiciones más cercanas a las reales. Se intuye que en el tiempo donde la intensidad de lluvia es mayor, el efecto de erosión aumenta ya que se provoca un mayor arrastre de sedimento acumulado que para el caso donde la lluvia fue constante en el tiempo. Así, el perfil del suelo resultante para este ejemplo para el tiempo de simulación de una hora se muestra en la figura 3.3.

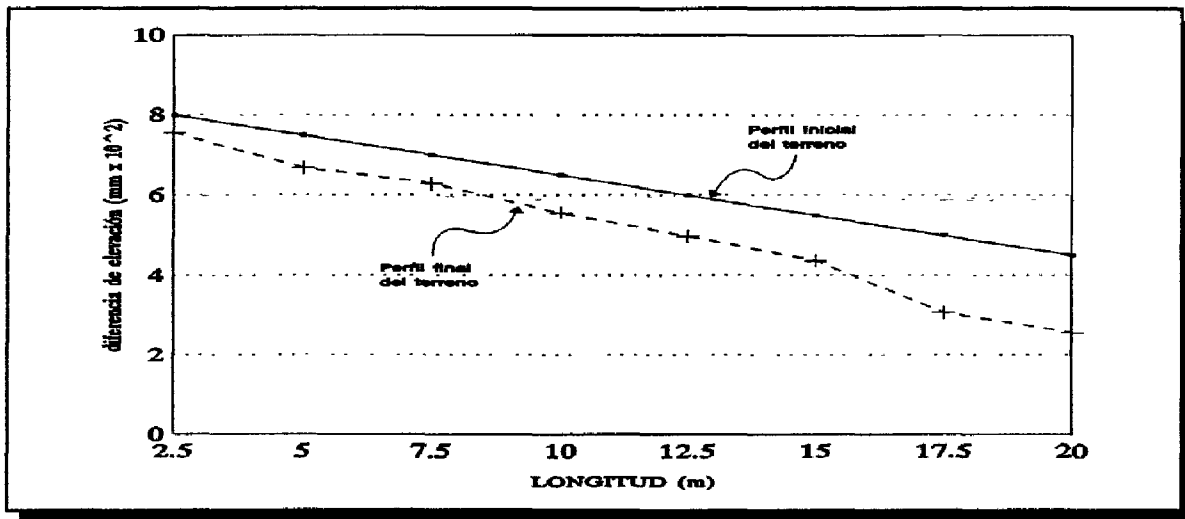


Figura 3.3. Perfil del terreno (ejemplo 3).

3.4 EJEMPLO No. 4

El propósito de este ejemplo es ilustrar el efecto de una mayor rugosidad de terreno. Con lo cual se determina si la rugosidad es un factor sensible en el modelo para transitar un flujo sobre una ladera. Esto se basa en la idea de suponer que los coeficientes de rugosidades no son los mismos para un análisis del tránsito de avenidas en cauces de un río que para una ladera. Como los tirantes en el análisis de una ladera son muy pequeños, se piensa que los cambios en la superficie del suelo afectan notablemente al flujo. Así para este ejemplo se propone una rugosidad de $n = 0.08$ y los mismos datos del ejemplo 1. El perfil del suelo resultante para un tiempo de simulación de una hora se muestra en la figura 3.4.

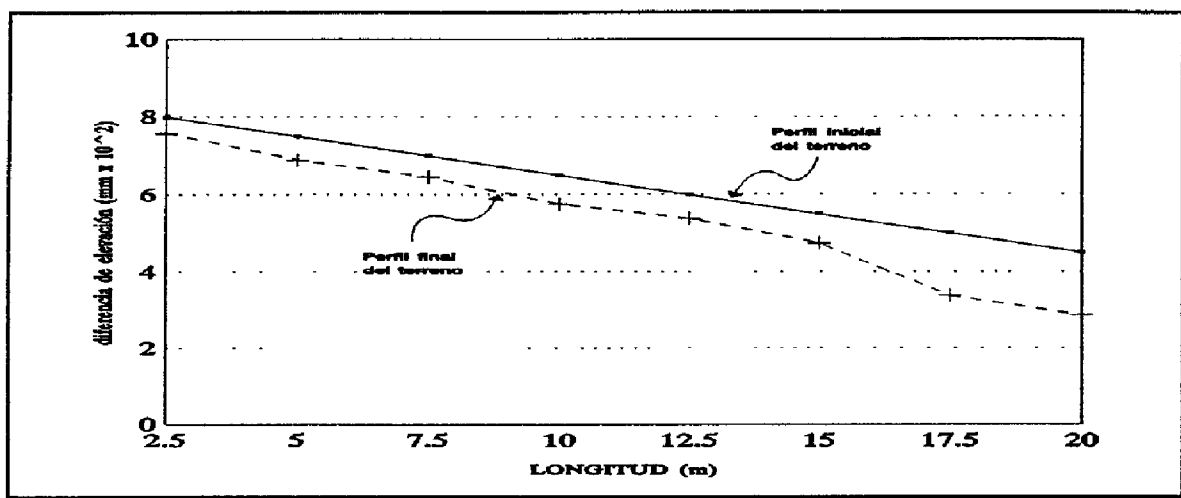


Figura 3.4. Perfil del terreno (ejemplo 4).

3.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se hace un resumen de los volúmenes de agua (VEACC) y de material sólido (VSACC) que salieron en la última sección de la ladera para cada ejemplo (Tabla 3.1), así como un comentario de estos resultados.

Tabla 3.1, Valores de VEACC y VSACC de los ejemplos.

No. de ejemplo	VEACC (m ³)	VSACC (m ³)
1	0.6673	0.000421
2	0.3823	0.000153
3	0.6647	0.000467
4	0.6371	0.000357

De la tabla 3.1, se aprecia lo siguiente:

- a) Cuando la longitud de la ladera es igual a 10 m (ejemplo No. 2), el volumen de material sólido que se transportó fue menor que la mitad del material sólido transportado para una ladera de longitud igual 20 m (ejemplo No. 1), lo cual confirma lo supuesto en el ejemplo No. 2.
- b) Cuando se tiene una lluvia variable en el tiempo (ejemplo No. 3), resulta que el material sólido transportado es mayor que cuando la lluvia es constante en el tiempo (ejemplo No. 1).
- c) Cuando la rugosidad aumenta de 0.06 (ejemplo No. 1) a 0.08 (ejemplo No. 4), disminuye el volumen de material sólido transportado.

CAPÍTULO 4

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Existen pocos estudios para obtener relaciones entre las características de la interacción entre el suelo y el agua. En especial, para describir el proceso mediante el cual el suelo salpicado (a veces en grandes extensiones) por el impacto de las gotas de lluvia es transportado por la corriente. La relación entre suelo y lluvia depende también de la humedad inicial, la velocidad de infiltración, el estado original del suelo (formando terrones o material suelto), su cubierta con material natural (viva o muerta) o inerte (piedras o sustancias químicas), el tamaño de los agregados, la irregularidad transversal de la ladera, los cambios de pendiente, etc.. Lo cual realza lo complicado del fenómeno analizado.

El modelo numérico no sirve solamente para fines de revisión y diseño, sino también para investigación, pues permite analizar diferentes opciones de comportamiento.

Es necesario continuar la investigación para llevar a cabo la aplicación a otro tipo de problemas. Desde el punto de vista de esta investigación, sería conveniente desarrollar modelos tridimensionales para simular el flujo a través de canalillos susceptibles de desaparecer y aparecer.

Conviene continuar los estudios de interacción suelo-agua. Salvo para el caso de arenas, dicha interacción es muy complicada para la mayor parte de los suelos agrícolas o forestales y aún más, para los genéricamente arcillosos.

El modelo numérico parece dar resultados razonables, por lo que se estima que es una herramienta útil para analizar el comportamiento del arrastre de sedimento en una ladera.

El modelo matemático debe ser calibrado mediante un modelo físico o con pruebas en campo.

Los coeficientes de rugosidad para cauces no son válidos para las laderas, debido a que los tirantes para ambos casos son distintos, como en las laderas los tirantes son muy pequeños, los cambios en la superficie del suelo pueden modificar notablemente el comportamiento del flujo. Conviene elaborar una tabla de valores de coeficientes de rugosidad exclusivamente para laderas.

El modelo propuesto solo puede aplicarse a aquellos casos donde exista un flujo superficial o su equivalente (rills), es decir, si se forman cauces bien definidos o cárcavas, ya no son válidas las hipótesis del flujo en laderas.

El modelo no es aplicable para régimen supercrítico.

BIBLIOGRAFÍA

- 1.- Allen, T., Hjelmfelt, Jr., Piest, R. P. and Saxton K. E., " Mathematical modeling of erosion on upland areas", International Association for Hydraulic Research, Columbia, Missouri, U.S.A.
- 2.- De Lima, J.L.M.P. and Torfs, P.J.J.F., " Upper boundary conditions for overland flow", Journal of Hydraulic Engineering, Julio 1990.
- 3.- Foster, G.R. and L.R. Meyer, " A closed form erosion equation for upland areas", sedimentation: A Symposium to honor profesor H.A. Einstein, Colorado, U.S.A., 1971.
- 4.- Garde, R.J. and Ranga, R.K.G., " Mechanics of sediment transportation and alluvial stream problems", John Wiley & Sons, second edition.
- 5.- Gracia, J., " Modelo matemático para simular el funcionamiento hidráulico de cauces con arrastre de sedimento", Tesis de Maestría, D.E.P.F.I., U.N.A.M., Mayo 1981.
- 6.- Hathaway, G.A., " Military Airfields: Symposium, Design of drainage facilities", Transactions, ASCE. Vol. 110, 1945.
- 7.- Hjelmfelt, A.T. Jr., " Overland flow from time-distributed rainfall", Journal of the Hydraulics Division, Febrero 1981.
- 8.- Hromadka II, T.V., McCuen R.H. and Yen C.C., " Comparasion of overland flow hydrograph models", Journal of Hydraulic Engineering, Noviembre 1987.

- 9.- Huggins, L.F. and Borney, J.R., " Hydrologic modeling of small watersheds", American Society of Agricultural Engineers.
- 10.- Kirkby, M.J. y Morgan, R.P.C., " Erosión de Suelos", Editorial LIMUSA.
- 11.- López Cadenas de LLano, F. y Blanco Criado, M., " Hidrología Forestal", Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes, Madrid, España, 1976.
- 12.- Maheshwari, B.L. and McMahon, T.A., " Modeling shallow overland flow in surface irrigation", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Marzo 1992.
- 13.- Maza, J. A., " Apuntes de Hidráulica Fluvial", Facultad de Ingeniería, U.N.A.M.
- 14.- Maza, J. A., " Introduction to River Engineering", Università Italiana per Stranieri, Advanced Course on Water Resources Management, Perugia, Italia, June, 1990.
- 15.- Osman Akan, A., " Overland flow hydrographs for SCS type II rainfall", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Septiembre 1985.
- 16.- Rattan L., " Soil Erosion in the Tropics: Principles and Management", McGraw - Hill, U.S.A., 1990.
- 17.- Van Rijn, L. C., " Sediment transport by currents and waves", Delft Hydraulics, Handbook, Report H 461, June 1989.
- 18.- Vanoni, V. A., " Sedimentation Engineering", ASCE - Manuals and Reports on

Engineering Practice - No. 54, American Society of Civil Engineers, New York, U.S.A., 1977.

19.- Young, R.A. and C.K. Mutchler, " Movimiento de sólidos sobre pendientes irregulares", Water Resources Research, 1969.

20.- Zhang, W. and Cundy, T. W., " Laminar Einstein bed load transport equation for overland sheet flow", Journal of Hydraulic Engineering, diciembre 1987.

REFERENCIAS

- 1.- García, F., "Cálculo del régimen transitorio en laderas con transporte de sedimento", Tesis de maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1995.
- 2.- Gracia, J., " La erosión y el transporte de suelos arenosos, causados por flujos superficiales con tirantes pequeños (overland flow)", Estudio Teórico-Experimental, CENAPRED, Área de Investigación, Informe RH/02/94, México, Enero 1994.
- 3.- Henderson, F. M., "Open channel Flow", MacMillan Publishing, USA, 1966.
- 4.- Ponce, V. M., " The Kinematic Wave Controversy", Journal of Hydraulic Engineering, Abril 1991.