

Secretario de Gobernación  
Esteban Moctezuma Barragán

Subsecretario de Protección Civil y de  
Prevención y Readaptación Social  
Lic. Humberto Lira Mora

Director General del CENAPRED  
Arq. Vicente Pérez Carabias

Jefe del Equipo Japonés en el CENAPRED  
Dr. Tatsuo Murota

Coordinador de Investigación del CENAPRED  
Dr. Roberto Meli

Coordinador de Difusión del CENAPRED  
Lic. Ricardo Cícero Betancourt

Edición a cargo de: Violeta Ramos Radilla y  
Javier Lara Espinosa

PUBLICADO POR EL CENTRO NACIONAL DE  
PREVENCIÓN DE DESASTRES DE LA  
SECRETARÍA DE GOBERNACIÓN

Distribución en México: Coordinación de Enlace  
Nacional

Distribución en el Exterior: Coordinación de Asuntos  
Internacionales

EL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO ES  
EXCLUSIVA RESPONSABILIDAD DE LOS  
AUTORES

Julio - 1994, No. 5

## Sistema Nacional de Protección Civil

### DIRECTORIO DEL CENAPRED

DIRECCIÓN GENERAL Arq. Vicente Pérez Carabias; COORDINACIÓN DE INVESTIGACIÓN Dr. Roberto Meli Piralla,  
COORDINACIÓN DE CAPACITACIÓN Lic. Gloria Luz Ortiz Espejel, COORDINACIÓN DE DIFUSIÓN Lic. Ricardo Cícero Betancourt,  
COORDINACIÓN DE ENLACE NACIONAL Lic. Alberto Ruiz de la Peña, COORDINACIÓN DE ASUNTOS INTERNACIONALES Lic.  
Enrique Solorzano Mier, COORDINACIÓN DE PROGRAMAS Y NORMAS Lic. Federico Miguel Vázquez Juárez, COORDINACIÓN  
ADMINISTRATIVA C. P. Alfonso Macías Flores

SISTEMA NACIONAL DE PROTECCION CIVIL  
CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES

## MODELO LLUVIA - ESCURRIMIENTO

Ramón Domínguez Mora  
Martín Jiménez Espinosa  
Fermín García Jiménez  
Marco Antonio Salas Salinas

COORDINACION DE INVESTIGACION  
AREA DE RIESGOS HIDROMETEOROLOGICOS

# CUADERNOS DE INVESTIGACION

## P R E S E N T A C I O N

---

La Coordinación de Investigación del Centro Nacional de Prevención de Desastres realiza estudios sobre las características de los fenómenos naturales y de las actividades humanas que son fuentes potenciales de desastres, así como sobre las técnicas y medidas que conducen a la reducción de las consecuencias de dichos fenómenos.

Las actividades enfocan la problemática de los Riesgos Geológicos (Sismos y Volcanes), de los Riesgos Hidrometeorológicos (Inundaciones, Huracanes, Sequías, Erosión) y de los Riesgos Químicos (Incendios, Explosiones, Contaminación por Desechos Industriales).

Los resultados de los estudios se publican en Informes Técnicos que se distribuyen a las instituciones y los especialistas relacionados con cada tema específico.

En adición a dichos informes técnicos de carácter muy especializado, el CENAPRED ha emprendido la publicación de esta serie, llamada CUADERNOS DE INVESTIGACION, con el fin de dar a conocer a un público más amplio aquellos estudios que se consideran de interés más general o que contienen información que conviene quede publicada en una edición más formal que la de los Informes Técnicos.

Los Catálogos de Informes Técnicos y de Cuadernos de Investigación, así como las publicaciones específicas pueden obtenerse solicitándolos por escrito a la Coordinación de Investigación del CENAPRED, o pueden consultarse directamente en su Unidad de Información.

# INDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	3
<b>CAPÍTULO 1</b>	
<b>CÁLCULO DE LA LLUVIA EFECTIVA</b> .....	7
<b>1.1 GENERALIDADES</b> .....	7
<b>1.2 CURVA MASA MEDIA AJUSTADA</b> .....	7
<b>1.3 INFILTRACIÓN</b> .....	9
1.3.1 Modelo de la capacidad de infiltración media .....	9
1.3.2 Modelo del coeficiente de escurrimiento .....	10
1.3.3 Modelo de los números de escurrimiento .....	10
<b>1.4 HIETOGRAMA DE LLUVIA EFECTIVA</b> .....	12
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>CÁLCULO DEL HIDROGRAMA UNITARIO</b> .....	13
<b>2.1 GENERALIDADES</b> .....	13
<b>2.2 HIDROGRAMA UNITARIO TRADICIONAL</b> .....	13
<b>2.3 HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTÁNEO</b> .....	14
<b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>TRÁNSITO DE AVENIDAS EN CAUCES</b> .....	18
<b>3.1 GENERALIDADES</b> .....	18
<b>3.2 Método de Muskingum-Cunge</b> .....	23
<b>3.3 ESQUEMA SÁNCHEZ-FUENTES</b> .....	26
3.3.1 Tránsito en sistemas de ríos .....	28
<b>3.4 EJEMPLO DE APLICACIÓN Y COMPARACIONES</b> .....	30

## **CAPITULO 4**

### **DESCRIPCIÓN DE LOS PROGRAMAS THI.EXE, ESC.EXE,**

<b>MC. EXE Y TX.EXE</b> .....	<b>34</b>
<b>4.1 GENERALIDADES</b> .....	<b>34</b>
<b>4.2 PROGRAMA THI.EXE</b> .....	<b>34</b>
<b>4.3 PROGRAMA ESC.EXE</b> .....	<b>35</b>
<b>4.4 PROGRAMA MC.EXE</b> .....	<b>36</b>
<b>4.5 PROGRAMA TX.EXE</b> .....	<b>37</b>
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>38</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	<b>41</b>
<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>42</b>

# INTRODUCCIÓN

Desde el inicio de la civilización el hombre ha tenido que enfrentarse a desastres causados por inundaciones que en la actualidad se agravan debido a la mayor concentración de poblaciones cerca de los ríos.

Por otra parte, el desarrollo tecnológico ha permitido conocer mejor la historia de los escurrimientos en los ríos y de las causas que los originan, lo que permite tomar medidas para reducir los daños ocasionados a las poblaciones. Dichas medidas pueden clasificarse en dos grandes grupos:

a) Medidas estructurales. Están constituidas por obras hidráulicas permanentes, que se dimensionan tomando en cuenta la magnitud y forma de la creciente que podría ocurrir durante la vida útil de la estructura.

b) Medidas no estructurales. Son aquéllas que permiten mitigar los daños causados por una avenida específica, ya sea operando las obras existentes o alertando anticipadamente a la población.

Si bien ya existen muchos métodos para calcular la magnitud y forma de las avenidas que podrían ocurrir en un determinado sitio, hace falta contar con modelos programados que permitan seleccionar y aplicar el método más adecuado a cada caso particular, tomando en cuenta las características específicas de la cuenca que se estudia y las de la información disponible.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un programa formado por cuatro módulos, cada uno de los cuales simulará una parte del proceso lluvia-escurrimiento (módulo 1: lluvia efectiva, módulo 2: hidrograma de escurrimiento directo, módulo 3: tránsito de avenidas en

cauces, módulo 4: tránsito de avenidas en vasos). Cada módulo contará con varios métodos alternativos para el cálculo, que podrían utilizarse en la etapa de calibración para seleccionar los que resulten más adecuados y emplearlos en la etapa de pronóstico, partiendo de datos de precipitación medidos y con base en la intensidad, la duración y la distribución espacial de la tormenta.

### Descripción del proceso lluvia-escorrimento

A grandes rasgos el proceso lluvia-escorrimento se desarrolla de la siguiente forma:

Debido a los rayos del sol, grandes masas de agua de los océanos se evaporan y forman las nubes que son arrastradas tierra adentro por el viento. Bajo ciertas condiciones atmosféricas (especialmente la altitud y la temperatura del aire) estas nubes se condensan y el vapor de agua que las forma pasa nuevamente a su estado líquido, precipitándose en el lugar donde se encuentren.

En el trayecto que sigue el agua precipitada hacia la superficie del terreno, una parte se evapora nuevamente, otra parte es interceptada por árboles, plantas, construcciones, etc. y el resto, que llegó al terreno, sigue diferentes caminos: parte se infiltra en el suelo y forma la recarga de los acuíferos; una vez saturado el suelo, el siguiente paso del proceso es la "retención superficial" (que es la formación de encharcamientos en la superficie del terreno). El proceso de interceptación e infiltración, que en conjunto acostumbra llamarse pérdidas, se modela en el primer bloque del proyecto (programa THI.EXE, ver diagrama 1 y fig 1).

Debido a las pérdidas, parte del volumen del agua de lluvia no escurre por la superficie; el resto se traslada por las laderas, arroyos y cauces hasta retornar al océano, para entonces reiniciar el ciclo. Este escurrimiento se conoce como escurrimiento directo y se modela en el segundo bloque (programa ESC.EXE, ver diagrama 1 y fig 1).

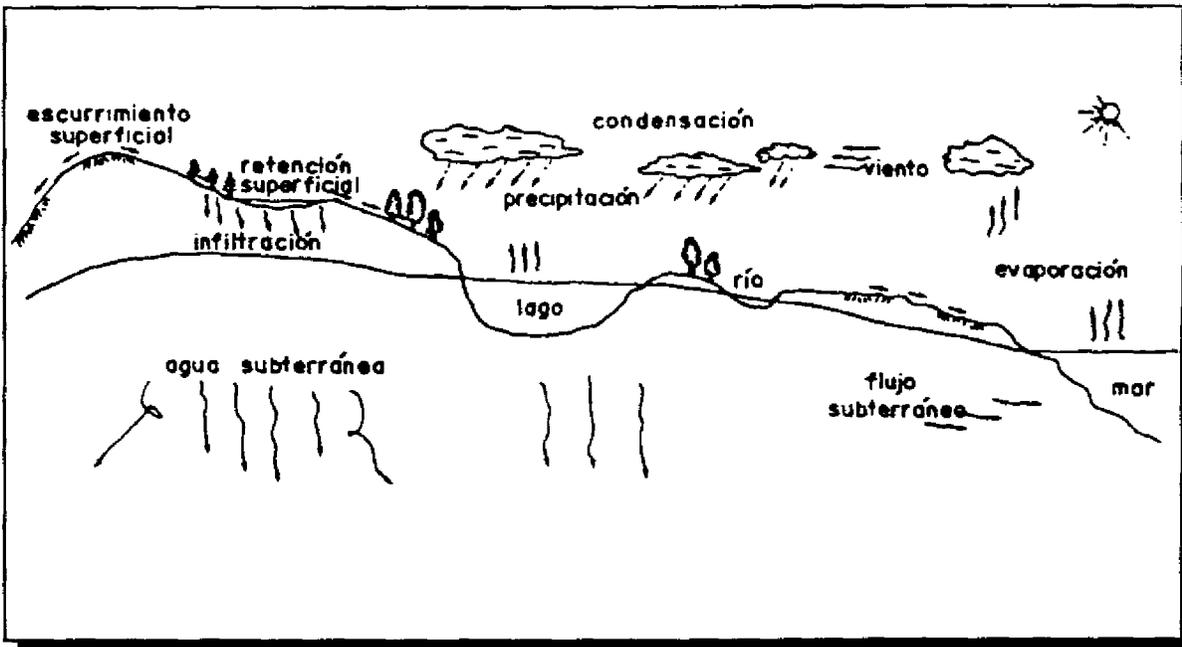


Figura 1 Esquema del ciclo hidrológico

Es muy importante tener en cuenta que la respuesta de la cuenca no es inmediata, ya que transcurre un tiempo desde el momento en que se precipita el agua hasta el momento en que el escurrimiento se acumula en los cauces principales. A lo anterior se agrega que, de acuerdo con las características de los cauces, en ellos se lleva a cabo un proceso de almacenamiento y regulación y por consiguiente un defasamiento temporal del escurrimiento. El siguiente paso en el proyecto es, precisamente, tomar en cuenta este proceso, con ayuda de la teoría del tránsito de avenidas (que dará origen al tercer bloque) y, si es necesario, el tránsito en vasos (cuarto bloque) como se muestra en el diagrama 1.

Al contar con un modelo del tipo del que aquí se plantea, el pronóstico de la avenida se realiza durante la ocurrencia de los defasamientos mencionados.

## Estructuración del modelo

Un punto muy importante en la elaboración de este modelo es tratar de que sea lo más interactivo posible, ya que una gran parte del trabajo que se realice con él será calibrarlo para conocer los parámetros que determinan el comportamiento de las diferentes cuencas; adicionalmente se requiere manejarlo bajo diferentes condiciones durante la fase de pronóstico de avenidas, y así dar tiempo para tomar las medidas necesarias con el fin de minimizar los daños.

En el diagrama 1 se resume, en forma esquemática, los programas elaborados para ser aplicados por bloques en el pronóstico de avenidas, así como el nombre de cada programa. En los siguientes capítulos se describen los métodos incorporados en los programas de cálculo de la lluvia efectiva, modelación del proceso de transformación de la lluvia efectiva en escurrimiento directo y tránsito de avenidas por los cauces.

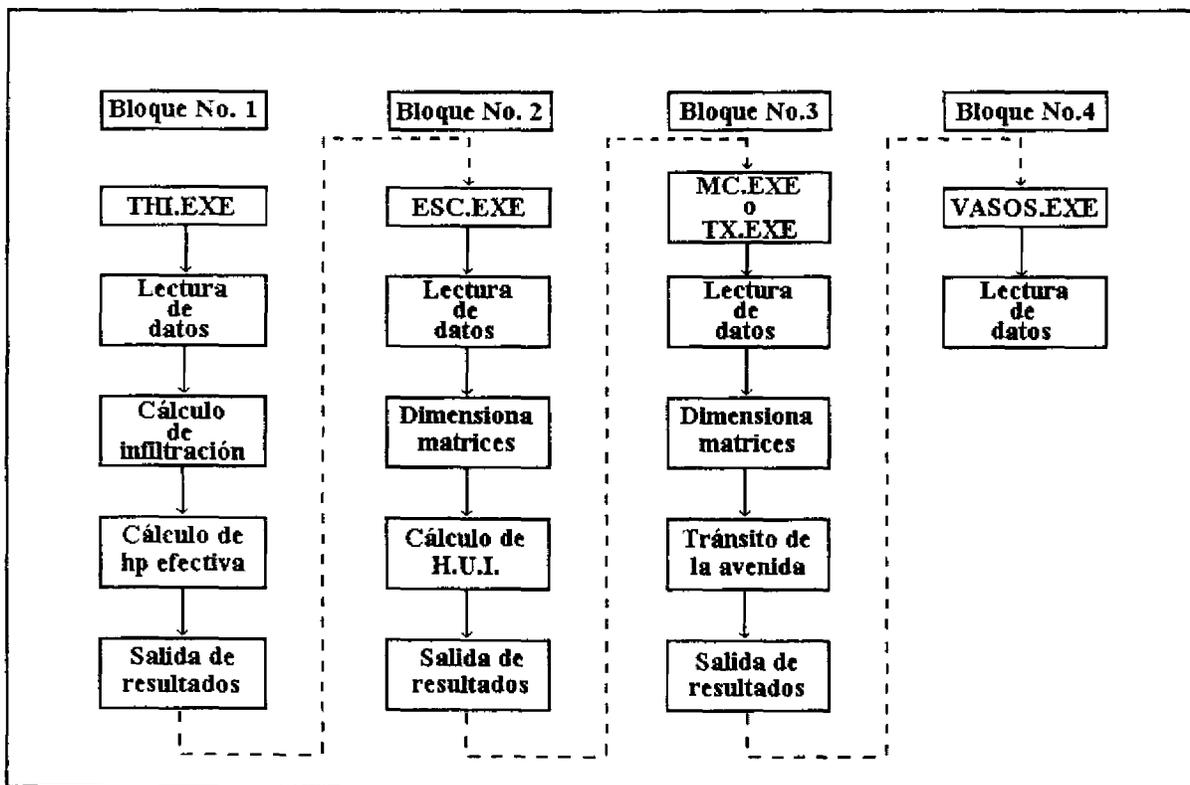


Diagrama 1 Representación por medio de bloques de los programas para el pronóstico de avenidas

# CAPÍTULO 1

## CÁLCULO DE LA LLUVIA EFECTIVA

### 1.1 GENERALIDADES

En este bloque se calculan la curva masa media, la curva masa ajustada, el hietograma total, los coeficientes de infiltración ( $\phi$ ,  $C_e$  y  $S$ ) y, finalmente, el hietograma de lluvia efectiva. Lo anterior se logra una vez que el programa THI.EXE ha leído un par de archivos que el usuario debe proporcionarle.

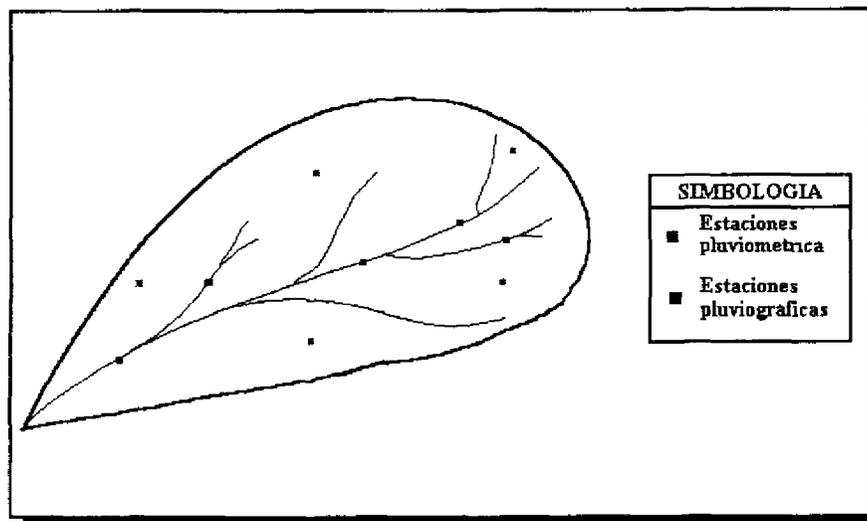


Figura 1.1 Instrumentación de una cuenca

### 1.2 CURVA MASA MEDIA AJUSTADA

De acuerdo con el método de los polígonos de Thiessen se calculan los promedios pesados con los registros de 24 hrs de todas las estaciones existentes, tanto pluviográficas como pluviométricas (fig 1.2), con la finalidad de utilizar el mayor número de datos disponibles y, en consecuencia, obtener la altura de precipitación media más confiable posible. Por otra parte, tomando en cuenta sólo los registros de estaciones pluviográficas (fig. 1.3), se obtiene una

gráfica que indica la variación en el tiempo de la precipitación en toda la cuenca, conocida como curva masa media.

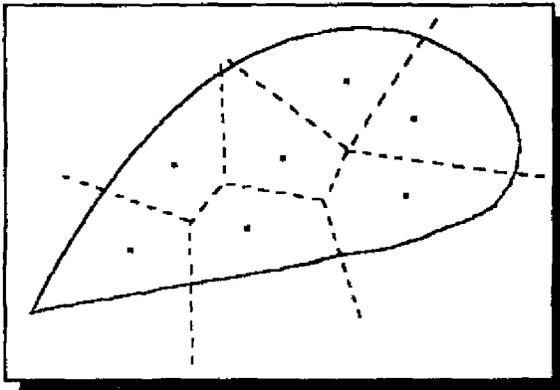


Figura 1.2 Áreas tributarias tomando en cuenta todas las estaciones

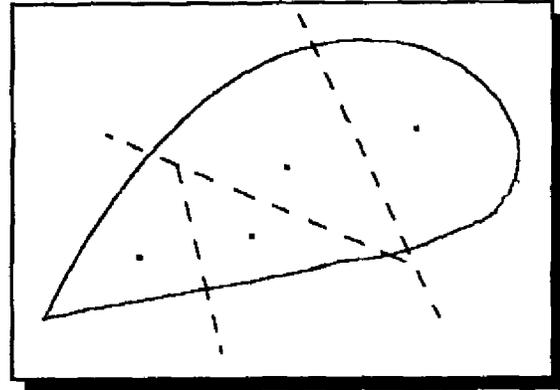


Figura 1.3 Áreas tributarias tomando en cuenta sólo las estaciones pluviográficas

Generalmente el valor total de la curva masa es diferente al obtenido con todas las estaciones; este inconveniente se soluciona utilizando un "factor de ajuste" (F.A.) definido como la relación de la precipitación total media (tomando en cuenta todas las estaciones), entre el valor obtenido tomando en cuenta sólo los registros pluviográficos, es decir:

$$F.A. = \frac{hp_{pg+pm}}{hp_{pg}} \quad (1.1)$$

Pg.- pluviógrafos

Pm.- pluviómetros

Al multiplicar cada una de las ordenadas de la curva masa media por el factor de ajuste, se obtiene la curva masa media ajustada. A partir de ésta, es factible dibujar su respectivo hietograma, que es un diagrama de barras que representa los incrementos de precipitación, en intervalos de tiempo previamente seleccionados.

### 1.3 INFILTRACIÓN

La necesidad de disponer de información básica para el desarrollo de la Hidrología es innegable y aunque existen herramientas avanzadas que permiten resolver el problema planteado, en ocasiones no es posible usarlas, precisamente por la falta o calidad de los datos requeridos. Un claro ejemplo es la determinación del coeficiente de pérdidas por infiltración. Para ésto, hasta ahora, se han adoptado valores obtenidos en otros países que se utilizan indiscriminadamente.

Lo anterior es consecuencia de que, de los procesos físicos que intervienen en la transformación de lluvia total a efectiva, la infiltración se convierte en el punto débil de cualquier modelo lluvia-escorrimento, porque es imposible medirla de manera sistemática, y pese a que su determinación es de suma importancia al momento de obtener resultados, los modelos utilizados recurren a simplificaciones que deben ser validadas con una calibración.

Los modelos utilizados en el programa para estimar las pérdidas son los siguientes:

#### 1.3.1 Modelo de la capacidad de infiltración media

Este modelo se basa en la hipótesis de que la capacidad de infiltración media en la cuenca permanece constante durante toda la tormenta. Cuando alguna de las barras del hietograma es menor a dicha capacidad, teóricamente, no hay escurrimiento durante ese intervalo de tiempo; por el contrario, cuando el valor de alguna de las barras del hietograma es mayor, el excedente produce escurrimiento directo.

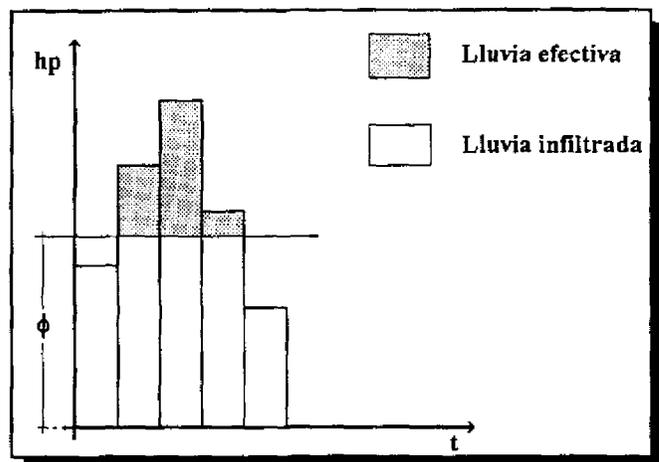


Figura 1.4 Capacidad de infiltración

### 1.3.2 Modelo del coeficiente de escurrimiento

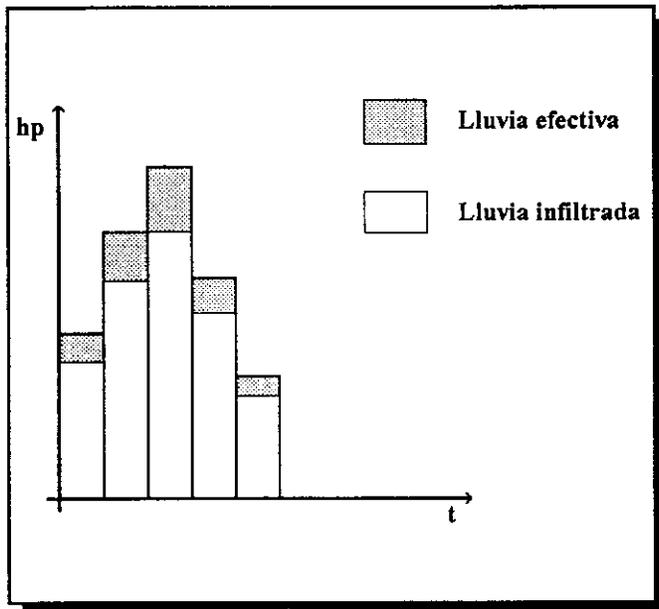


Figura 1.5 Coeficiente de escurrimiento

La hipótesis en la que se basa este método establece que las pérdidas son proporcionales a la intensidad de la lluvia. Con lo anterior se entiende que durante toda la tormenta, aunque el coeficiente de escurrimiento no cambia, la lluvia efectiva (que es un porcentaje de la lluvia total) es mayor mientras más intensa sea la tormenta. Así pues, este método supone que todos los intervalos de la tormenta aportan una parte

del escurrimiento directo, pero dependiendo de la intensidad que se registre en cada uno.

### 1.3.3 Modelo de los números de escurrimiento

Este método supone una relación entre la lluvia total y la efectiva de acuerdo con la ecuación siguiente:

$$hp_e = \frac{[hp_{tot} - \frac{508}{N} + 5.08]^2}{hp_{tot} + \frac{2032}{N} - 20.32} \quad (1.2)$$

donde:  $hp_e$  .- lámina de lluvia efectiva [cm]

$hp_{tot}$  .- lámina de lluvia total [cm]

N .- coeficiente adimensional

El coeficiente "N" se conoce con el nombre de "número de escurrimiento", depende del tipo de suelo, la cobertura vegetal, la pendiente del terreno y la precipitación antecedente.

A diferencia de otros, en este método no es necesario contar con registros simultáneos de lluvia y escurrimiento, ya que la hipótesis fundamental del mismo acepta que la lluvia efectiva es función de la total y del

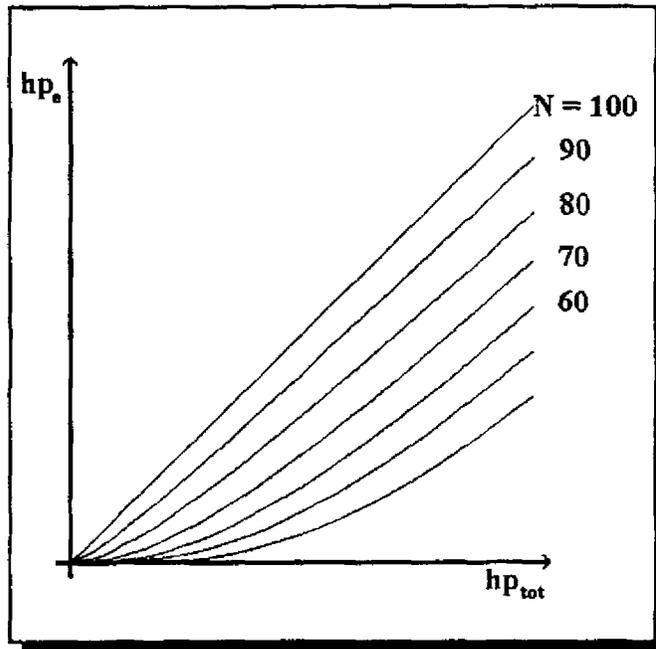


Figura 1.6 Números de escurrimiento

número de escurrimiento (fig. 1.6), que a su vez puede relacionarse con las características de la superficie de la cuenca (ref. 1).

Cuando se dispone de mediciones simultáneas, de lluvias y escurrimientos, es preferible obtener el número N mediante una calibración. Para ello, con los datos de lluvia efectiva y lluvia total correspondientes a varias tormentas, es posible ubicar puntos en la figura 1.6 y observar qué curva (es decir, qué valor de N) pasa más cerca de los puntos.

Algunos autores acostumbran relacionar la lluvia efectiva con el escurrimiento directo, utilizando la relación:

$$C_e = \frac{(hp_{tot} - 0.2S)^2}{hp_{tot}^2 + 0.8Shp_{tot}} \quad (1.3)$$

Este modelo es equivalente al del número de escurrimiento N (ec 1.2), como puede verse si en la ec 1.3 se sustituye

$$S = \frac{2544}{N} - 25.4 \quad (1.4)$$

#### **1.4 HIETOGRAMA DE LLUVIA EFECTIVA**

Una vez estimado el valor del coeficiente de pérdidas por cualquiera de los métodos descritos, el programa THI.EXE calcula el hietograma de lluvia efectiva restando las pérdidas a cada una de las barras del hietograma de total.

## CAPÍTULO 2

### CÁLCULO DEL HIDROGRAMA UNITARIO

#### 2.1 GENERALIDADES

En este bloque se modela el proceso de transformación de lluvia efectiva en escurrimiento directo. Se da por conocida la lluvia efectiva y se busca modelar la forma del hidrograma resultante. El método utilizado se basa en la teoría del hidrograma unitario.

#### 2.2 HIDROGRAMA UNITARIO TRADICIONAL

En esta teoría se establece que el hidrograma unitario es el producto de una lluvia efectiva de magnitud unitaria que se precipita durante un intervalo de tiempo " $d_e$ " y se distribuye de manera uniforme sobre la cuenca. Si la precipitación es de magnitud  $hp_1$ , el hidrograma será  $hp_1$  veces el unitario, si en el siguiente período lluvioso " $d_e$ " se registra una precipitación  $hp_2$  veces mayor que la que produjo el hidrograma unitario, el escurrimiento producido en este segundo lapso será mayor  $hp_2$  veces. Para obtener el hidrograma resultante de ambos períodos, se superpone el segundo, al primero, con un defasamiento " $d_e$ ". La suma de ambos hidrogramas dará como resultado el hidrograma producido por la sucesión de lluvias ( $hp_1$ ,  $hp_2$ , etc.).

Las hipótesis que soportan la teoría del hidrograma unitario son las que a continuación se mencionan:

- Tiempo base constante

Para una cuenca y una duración de lluvia efectiva dadas, el tiempo base, que es el tiempo durante el cual se tiene escurrimiento directo, es el mismo para todas las tormentas, aún con volúmenes de escurrimiento total diferentes.

- Linealidad y proporcionalidad

Cada una de las ordenadas de los hidrogramas de escurrimiento directo son proporcionales al volumen de lluvia efectiva de su respectivo hietograma.

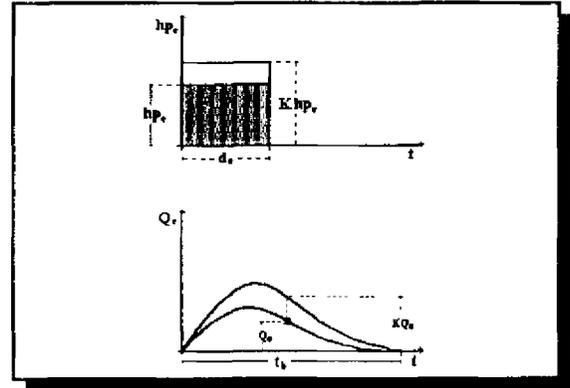


Figura 2.1 Linealidad y proporcionalidad

- Superposición de causas y efectos

El hidrograma resultante de algún intervalo de tiempo lluvioso puede superponerse a hidrogramas resultantes de períodos anteriores, posteriormente se suman las ordenadas, correspondientes a cada período lluvioso, obteniendo así el hidrograma de escurrimiento total.

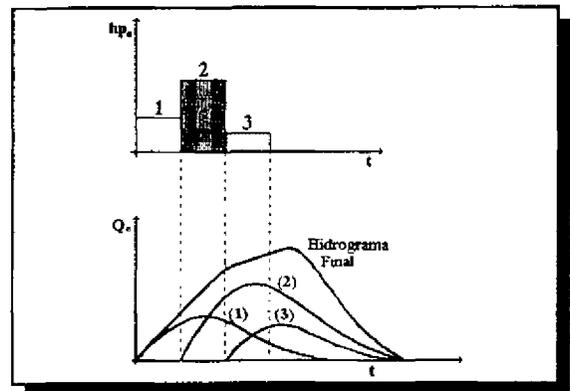


Figura 2.2 Superposición de causas y efectos

### 2.3 HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTÁNEO

Posteriormente surgió el problema de que, si se consideran varias tormentas con la misma duración en exceso,  $d_e$ , y el mismo volumen de lluvia efectiva, pero diferente distribución en el tiempo (fig. 2.3), al utilizar el modelo tradicional para obtener el hidrograma de escurrimiento directo se obtendrán resultados idénticos en todos los casos, lo cual no parece lógico.

El problema surge debido a que el modelo del hidrograma unitario tradicional no considera la variación en el tiempo de la precipitación, dentro de la duración " $d_e$ " de la lluvia. Así pues, el inconveniente queda salvado cuando se toma en cuenta la distribución temporal de la tormenta, utilizando el método del hidrograma unitario instantáneo.

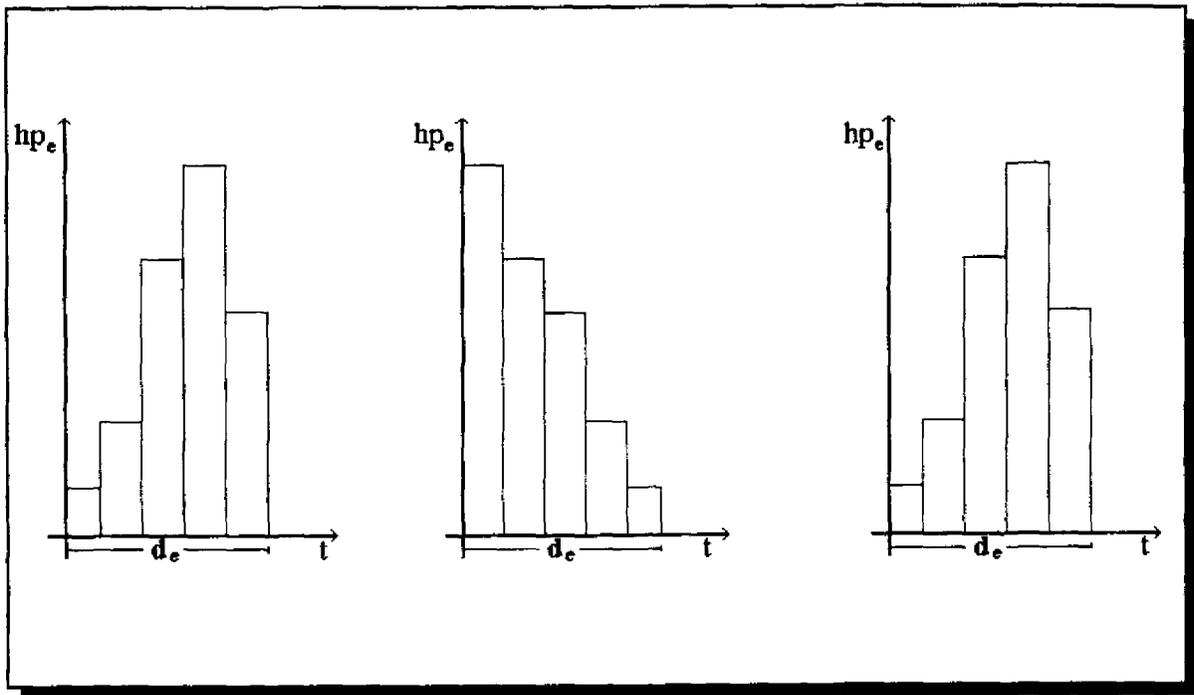


Figura 2.3 Justificación del H.U I.

Para mostrar como opera esta teoría, considérese el siguiente ejemplo:

Se tiene un hidrograma unitario como el de la fig 2.4.a. con una duración en exceso "d<sub>e</sub>" (tan pequeña como se quiera); posteriormente se presenta una tormenta, como la mostrada en la fig 2.4.b, con varios períodos lluviosos, cada uno con una duración d<sub>i</sub>. De acuerdo con los tres principios enunciados, se tendrán los hidrogramas mostrados en las figs. 2.4.d a 2.4.g.

Como se puede observar, las ordenadas del hidrograma total son:

$$Q_1 = P_1 U_1$$

$$Q_2 = P_1 U_2 + P_2 U_1$$

$$Q_3 = P_1 U_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1$$

$$Q_4 = P_2 U_3 + P_3 U_2$$

$$Q_5 = P_3 U_3$$

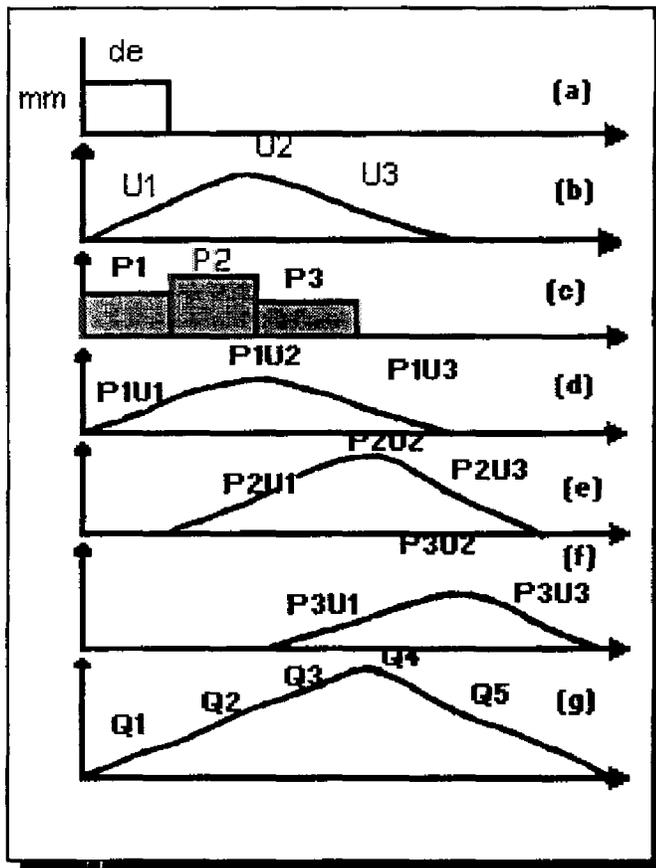


Figura 2.4 Aplicación del hidrograma unitario

En general, la  $k$ -ésima ordenada del hidrograma total, es:

$$Q_k = \sum_{j=1}^k P_j * U_{k-j+1} \quad (2.1)$$

El problema anterior resultó de tener como datos registros de precipitación y un hidrograma unitario. Ahora bien, si lo que se tiene es el hidrograma y la precipitación, y se desea conocer el hidrograma unitario, el sistema de ecuaciones anterior sigue siendo válido, esto es:

$$[P] * [U] = [Q] \quad (2.2)$$

La incógnita en el sistema anterior es el vector  $[U]$ .

Para conocer de antemano el número de ordenadas del hidrograma unitario y así poder dimensionar las matrices para resolver el sistema, se utiliza la siguiente ecuación:

$$NU = NQ - NP + 1 \quad (2.3)$$

donde:

NU = Número de ordenadas del hidrograma unitario

NQ = Número de ordenadas del hidrograma de esc. directo

NP = Número de barras del hidrograma de lluvia efectiva

Siguiendo el ejemplo anterior, al formar el sistema definido por la ec 2.2 se obtienen cinco ecuaciones con tres incógnitas, resultando un sistema indeterminado; esto es, no existen

valores de [U] que satisfagan simultáneamente las cinco ecuaciones. Aún así, la solución del sistema es factible, pero para ello es necesario aceptar un error al estimar el valor de cada uno de los elementos del vector [U]. Naturalmente, al llevar a cabo la idea anterior, lo deseado es que dicho error sea el mínimo posible, y para lograrlo el artificio utilizado es multiplicar ambos miembros del sistema por la matriz traspuesta de la matriz de precipitaciones (ref. 2), esto es:

$$[P]^t * [P] * [U] = [P]^t * [Q] \quad (2.4)$$

Hecho lo anterior, el sistema ya es determinado, y tiene una solución única que proporciona el valor buscado de los elementos de [U] con el mínimo error cuadrático. Conocido el valor de las ordenadas del H.U.I., es posible cuantificar el escurrimiento directo producido por cualquier tormenta que ocurra en la cuenca, utilizando la ec 2.1. Para ello debe cuidarse que los valores del hietograma de la tormenta correspondan a los mismos intervalos,  $d_i$ , utilizados para calcular el hidrograma unitario.

# CAPÍTULO 3

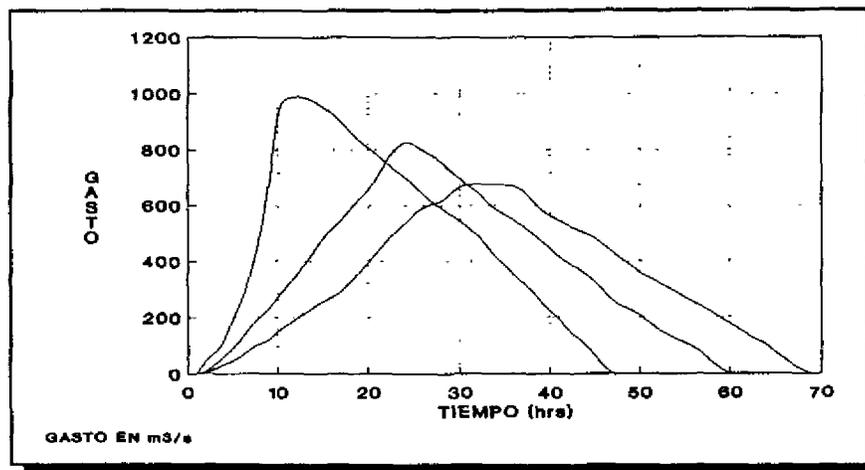
## TRÁNSITO DE AVENIDAS EN CAUCES

### 3.1 GENERALIDADES

El tránsito de avenidas consiste en una serie de procedimientos que permite calcular los efectos dinámicos y/o cinemáticos en un flujo no permanente, así como la forma y recorrido de una avenida. Su estudio se hace con base en las ecuaciones de Saint Venant (métodos hidráulicos), o bien con la de continuidad y alguna otra relación empírica que relacione los gastos de entrada y salida en un tramo del cauce (métodos hidrológicos).

En este trabajo se presenta una comparación entre un método hidráulico (Esquema Sánchez-Fuentes) y uno hidrológico (Muskingun-Cunge).

Un hidrograma es el registro de la relación gasto-tiempo que ocurre durante el movimiento de una onda al pasar por una estación de aforo. Conforme la onda se mueve hacia aguas abajo su forma cambia, experimentando una prolongación del tiempo base del hidrograma y el abatimiento del gasto máximo (fig. 3.1).



*Figura 3.1 Perfiles sucesivos de la onda de una avenida, mostrando cambios en la forma.*

El objetivo del tránsito es cuantificar los gastos y/o niveles en puntos de la corriente donde no se conoce el hidrograma, además de integrar eventos de cuencas que han sido divididas en subcuencas (fig. 3.2).

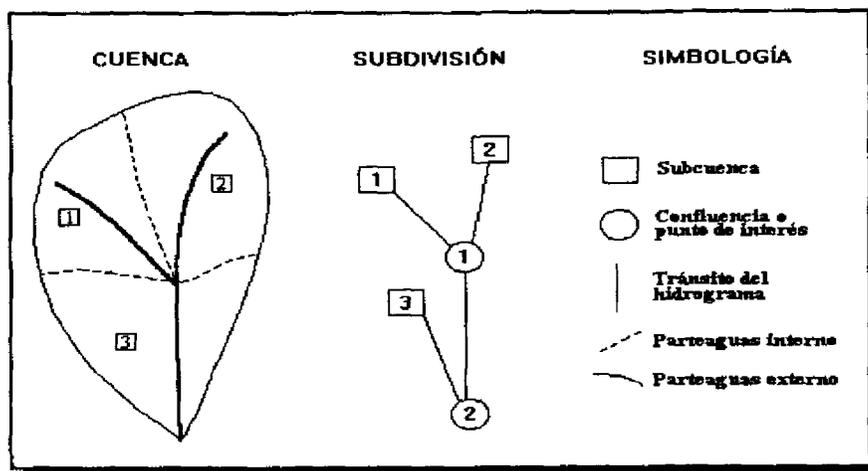


Figura 3.2 Discretización de una cuenca

De esta forma la anticipación con la que se pueden pronosticar los probables niveles y gastos en un sitio en particular, resulta de gran interés para tomar medidas preventivas.

La importancia de transitar una creciente está precisamente reflejada en la cantidad de métodos que se han sido desarrollando a partir de 1871, año en que Saint-Venant formuló las ecuaciones que describen matemáticamente el comportamiento del flujo gradualmente variado no permanente en canales a superficie libre:

$$\frac{\partial(A v)}{\partial x} + T \frac{\partial y}{\partial t} = q \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + s_f - s_0 + \frac{q}{gA} (v - u_x) = 0 \quad (3.2)$$

donde:

- A      área de la sección transversal del cauce
- v      velocidad del flujo en el cauce
- T      ancho de la superficie libre del agua

$g$	aceleración de la gravedad
$s$	pendiente del fondo del cauce
$s_f$	pendiente de fricción
$Q$	gasto en el cauce
$q$	gasto lateral

La ecuación de continuidad (3.1) se obtiene exigiendo la conservación de la masa en un volumen de control infinitesimal; por su parte, la ecuación de cantidad de movimiento (3.2) se obtiene exigiendo la conservación de la cantidad de movimiento a dicho volumen de control.

Las hipótesis utilizadas para la deducción de estas ecuaciones son:

- Flujo unidimensional: la distribución de velocidades en una sección dada es uniforme
- Flujo gradualmente variado: la oscilación de la superficie libre del agua, al paso de la avenida, es despreciable comparada con la longitud de la onda
- Contorno rígido y fijo: no se aceptan deformaciones en el volumen de control
- Pendiente pequeña: la pendiente del cauce es aproximadamente igual a la tangente del ángulo de inclinación de la plantilla
- Pérdidas de energía: semejantes a las del flujo uniforme, esto implica que es válido utilizar cualquiera de las fórmulas para flujo uniforme. El coeficiente de rugosidad utilizado en la fórmula de fricción es visto como un parámetro que deberá ser determinado por medio de mediciones.

Debido a que la ecuación 3.2 es muy complicada para ser resuelta analíticamente, en ocasiones puede utilizarse una simplificación de la misma (la cual consiste en omitir algunos términos) de manera que, dependiendo del (los) término(s) que se excluyan, se obtienen diferentes métodos (ver Tabla 3.1), que pueden clasificarse en dos grandes grupos: a) Métodos hidrológicos o de almacenamiento, b) Métodos hidráulicos. A su vez, éstos pueden subdividirse tanto como se desee.

Tabla 3.1: Clasificación de algunos modelos para el tránsito de avenidas

	SIMPLIFICACIÓN	METODO DE SOLUCIÓN
Ecuaciones de Saint-Venant	Ninguna	Esquema de diferencias finitas, basado en las ecs. 3.1 y 3.2
	Considerando $\delta y/\delta x$ como pequeño	Método de difusión de parámetros variables
	Despreciando los términos de inercia en la ecuación dinámica	Método de la onda cinemática
	Sustituyendo la ec. dinámica por una expresión lineal para el almacenamiento	Método de Muskingum-Cunge

Los métodos hidrológicos son más numerosos y, en general, más simples. Se basan en el concepto de almacenamiento del agua y no incluyen directamente los efectos de la resistencia del flujo, esto es, se toma al río como una "caja negra" en la que el almacenamiento depende de los gastos de entrada y salida, y necesariamente se cuenta con uno o más parámetros cuyos valores son particulares del río en estudio. Uno de los caminos más fáciles de seguir para calibrar dichos parámetros es simular el modelo en una computadora y variar su valor hasta obtener la mejor aproximación entre el hidrograma pronosticado y el medido.

El concepto de almacenamiento se basa en la ecuación de continuidad (Ec. 3.1), que iguala el cambio del almacenamiento  $dS/dt$  con la diferencia entre el gasto de entrada  $Q_1$ , en la sección aguas arriba, y el gasto de salida  $Q_2$ , en la sección aguas abajo. Además es necesaria una segunda relación algebraica que relacione el almacenamiento y los gastos de entrada y de salida.

Algunas de las limitaciones de los métodos hidrológicos son:

- no consideran efectos locales de cambios en el perfil de la superficie libre del agua (como los remansos y efectos de mareas)

- suponen la existencia de una relación (tirante-gasto) única a lo largo de un tramo dado, lo cual es contrario a observaciones realizadas en las que se muestra que para un determinado nivel de la superficie libre del agua el gasto es mayor cuando el flujo se

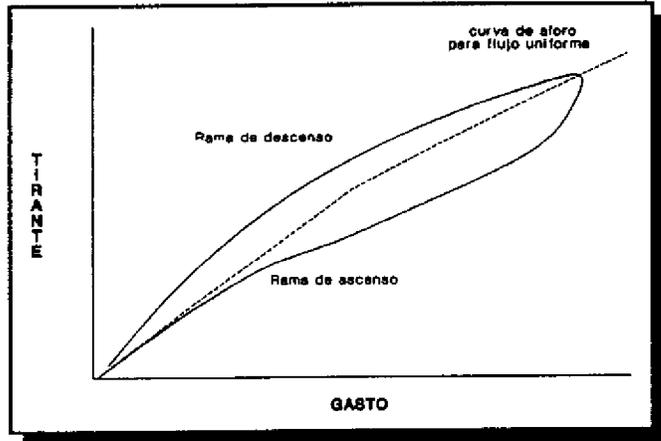


Figura 3.3 Fenómeno de histéresis

incrementa que cuando decrece. Este fenómeno puede ser mostrado gráficamente como una "curva de histéresis" (fig. 3.3).

Por su parte, los métodos hidráulicos describen en forma más precisa el proceso del tránsito, tanto en el espacio como en el tiempo, pero requieren información detallada de rugosidades, geometría del cauce, condiciones de frontera, además de técnicas numéricas complejas.

A continuación se presenta el método de Muskingum-Cunge, que debido a que es muy versátil y práctico ha destacado y es en la actualidad uno de los más utilizados. Posteriormente se muestra el esquema Sánchez-Fuentes, de los llamados hidráulicos, cuyos resultados sirven como punto de comparación.

Dos factores primordiales que determinan la selección del método son:

- Los datos disponibles
- La información requerida como respuesta

### 3.2 Método de Muskingum-Cunge

El tránsito de avenidas con un método hidrológico, se basa en la ecuación de continuidad (3.1), que en forma de diferenciales y ya discretizada es<sup>1</sup>:

$$\frac{Q_j^t + Q_j^{t+1}}{2} - \frac{Q_{j-1}^t + Q_{j-1}^{t+1}}{2} = \frac{S^{t+1} - S^t}{\Delta t} \quad (3.3)$$

Este tipo de métodos requieren una segunda relación algebraica, entre los gastos de entrada y salida, que permita encontrar una solución para el flujo de salida cuando se conoce el flujo de entrada. Uno de los métodos mejor conocidos es el de Muskingum; la relación algebraica que se propone para valorar el cambio en el almacenamiento es:

$$S = K [\varepsilon Q_j + (1 - \varepsilon) Q_{j+1}] \quad (3.4)$$

Al discretizar la ec. 3.4 y sustituyendo en la ec. 3.3 se llega a la ecuación generalizada

$$Q_{j+1}^{t+1} = C_1 Q_j^t + C_2 Q_j^{t+1} + C_3 Q_{j+1}^t \quad (3.5)$$

donde:

$$C_1 = \frac{K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t}{K - K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t}$$

---

<sup>1</sup> El subíndice "j" representa la sección involucrada en el cálculo, mientras que "j+1" se refiere a la sección inmediata aguas abajo. Por su parte, el superíndice "t" referencia el intervalo de tiempo actual y "t+1" indica un intervalo de tiempo posterior.

$$C_2 = \frac{-K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t}{K - K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t}$$

$$C_3 = \frac{K - K\varepsilon - \frac{1}{2} \Delta t}{K - K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t}$$

Cunge, al mejorar el algoritmo de Muskingum, lo transforma de una teoría hidrológica en un método basado en principios hidráulicos.

Al derivar la ec. 3.4 respecto al tiempo, discretizando y sustituyendo en la ec. 3.3 se llega a la expresión

$$\begin{aligned} \frac{k}{\Delta t} [\varepsilon * Q_j^{t+1} + (1-\varepsilon) * Q_{j+1}^{t+1} - \varepsilon * Q_j^t - (1-\varepsilon) * Q_{j+1}^t] &= (3.6) \\ &= \\ &= \frac{1}{2} [Q_j^{t+1} - Q_{j+1}^{t+1} + Q_j^t - Q_{j+1}^t] \end{aligned}$$

Se puede demostrar que el esquema anterior es una aproximación de la ecuación de convección-difusión:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \omega \frac{\partial Q}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (3.7)$$

Siempre y cuando se cumplan las relaciones siguientes:

$$K = \frac{\Delta x}{\omega} \quad (3.8)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\omega \Delta x} \quad (0 < \varepsilon < 0.50) \quad (3.9)$$

cuando  $\varepsilon=0.5$  y  $c\Delta t/\Delta x=1.0$  la ecuación de tránsito produce traslación sin atenuación.

$\omega$  es un coeficiente de traslación; en cauces naturales se evalúa aproximadamente con la siguiente expresión:

$$\omega = \frac{5}{3} \cdot V_m \quad (3.10)$$

Por su parte  $\mu$  es un coeficiente de difusión que refleja la atenuación de la onda de la avenida y se calcula como:

$$\mu = \frac{Q}{2 T S_o} \quad (3.11)$$

Finalmente al añadir en la ec. 3.5 un término que incluya la aportación lateral "q" (en  $m^3/s/m$ ), y una vez evaluados los coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ , el hidrograma a la salida del tramo en análisis se determina como sigue

$$Q_{j+1}^{t+1} = C_1 Q_j^t + C_2 Q_j^{t+1} + C_3 Q_{j+1}^t + C_4 \quad (3.12)$$

donde:

$$C_4 = \frac{q \Delta t \Delta x}{K (1 - \varepsilon) + \frac{1}{2} \Delta t} \quad (3.13)$$

En la práctica la selección de los parámetros  $\Delta x$  (longitud de los tramos en que se subdivide el cauce) y  $\Delta t$  (intervalo de tiempo para el cálculo) es arbitraria, sólo deberá cuidarse una restricción: al calcular el cociente

$$\frac{\Delta x}{\omega \Delta t}$$

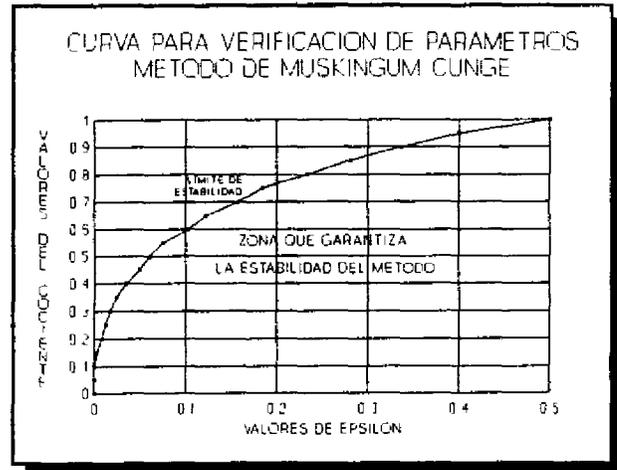


Figura 3.4 Relación para la estabilidad del método

y relacionarlo con el valor de  $\epsilon$  (fig. 3.4), el punto que se forme por la intersección de ambos valores debe localizarse por debajo de la curva que se muestra en dicha figura, en caso contrario el valor para  $\Delta t$  se reduce. Lo anterior, según Cunge, asegura la estabilidad del método.

### 3.3 ESQUEMA SÁNCHEZ-FUENTES

El método que se presenta a continuación resuelve el problema de flujo transitorio, con base en un esquema de diferencias finitas de las ecuaciones de Saint-Venant, para lo cual se debe fijar una condición inicial y las condiciones de frontera (aguas arriba y aguas abajo del tramo de río considerado).

Una vez establecidos los datos y condiciones necesarios, se procede como sigue:

Primero se linealizan las ecuaciones que relacionan velocidades y tirantes, enseguida se forma un sistema de ecuaciones "tridiagonal", que se resuelve con el método del "doble barrido" y finalmente, se consideran valores promedio en un intervalo de tiempo (de  $t$  a  $t+1$ ) tanto de los tirante como de las velocidades, afectándolos con un factor de peso, con la finalidad de acelerar la solución.

Partiendo de las ecuaciones de la energía (3.14) y de continuidad (3.15), ambas en su forma diferencial

$$\frac{\Delta(AV)}{\Delta X} = -T \frac{\Delta Y}{\Delta t} \quad (3.14)$$

$$\frac{\Delta Z}{\Delta X} + \frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{1}{g} \frac{\Delta V}{\Delta t} - \frac{V \Delta V}{g \Delta X} - S_f \quad (3.15)$$

Y por un esquema de diferencias finitas donde el cauce es seccionado para su análisis teniendo la siguiente nomenclatura entre tres secciones consecutivas

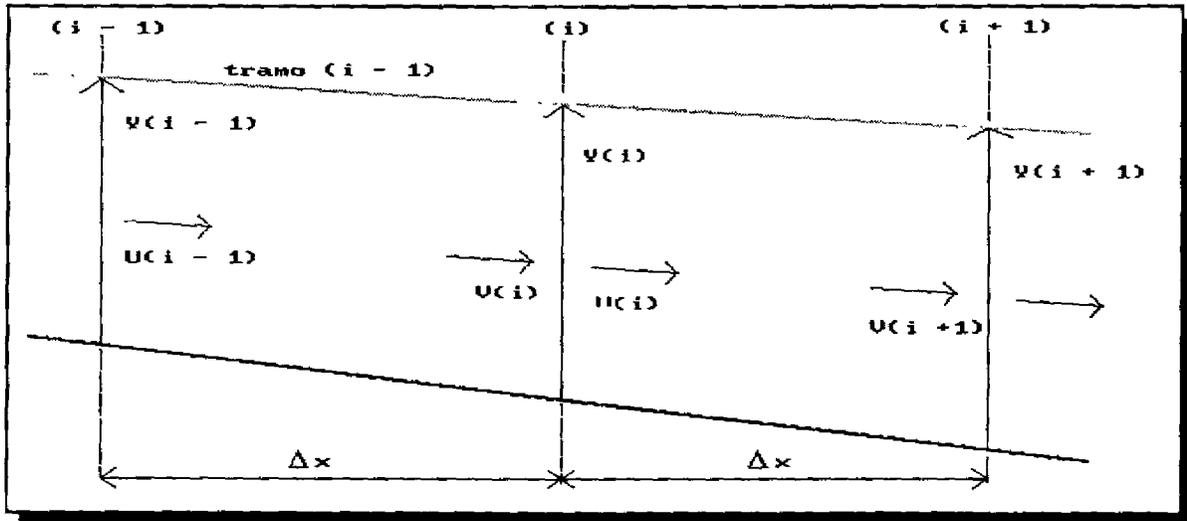


Figura 3.5 Análisis de tres secciones consecutivas

se llega a la expresión

$$T_{j-1}^t Y_{j-1}^{t+1} + (Q_j^t - S_{j-1}^t) Y_j^{t+1} + P_j^t Y_{j+1}^{t+1} = \pm \frac{QE_j^t}{A_{h_j}^t} + W_{j-1}^t - R_j^t \quad (3.16)$$

donde

P, Q, R, S, T y W son funciones de la geometría de las secciones, de los intervalos  $\Delta x$  y  $\Delta t$  elegidos, del coeficiente de rugosidad "n", del factor de peso  $\theta$  y de las velocidades

en el instante  $t$ , las cuales facilitan el manejo del método.

Como se puede observar, la ecuación anterior relaciona tres tirantes en dos secciones consecutivas, por lo que, al establecer una ecuación semejante a ésta para cada sección, es posible formar un sistema de ecuaciones tridiagonal, con un orden igual al número de secciones en que se ha dividido el cauce.

El sistema tridiagonal se resuelve con un método iterativo muy simple.

En las secciones inicial y final se deben fijar las condiciones de frontera, que deberán determinarse para cada problema específico. En ambos casos, la ec. 3.16 relaciona únicamente dos tirantes.

### 3.3.1 Tránsito en sistemas de ríos

Un sistema de ríos está formado por un cauce principal, sus afluentes, subafluentes, etc. (figuras 3.6 y 3.7).

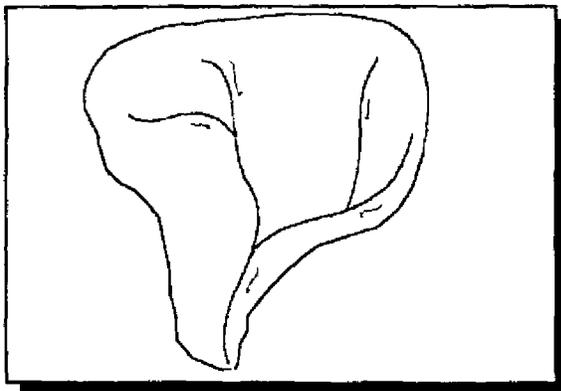


Figura 3.6 Sistema de ríos y afluentes

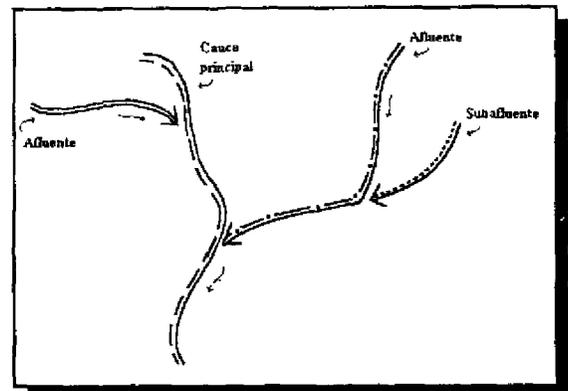


Figura 3.7 Organización del sistema de ríos y afluentes

Para hacer el tránsito se definen los nombres de los ríos y se hace una clasificación de los mismos en dos tipos: "clase 0" y "clase 1".

El esquema Sánchez-Fuentes puede considerar como fronteras inferiores relaciones entre gastos y tirantes o simplemente tirantes constantes; ésto último puede aprovecharse para llevar a cabo el tránsito en el cauce principal y en sus afluentes de la siguiente manera.

En un intervalo de tiempo se separa el cálculo de los ríos clase "0" y clase "1", cuando se transitan los ríos clase "0" (fig. 3.8) se consideran como constantes las aportaciones de los ríos clase "1", calculados en el instante anterior, para después transitar los ríos clase "1" (fig. 3.9) considerando ahora como frontera inferior a los tirantes de los ríos clase "0" calculados anteriormente.

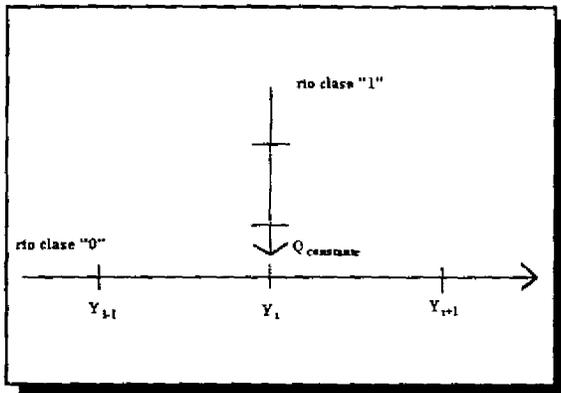


Figura 3.8 Tránsito de los ríos clase "0" en la 1ª mitad del intervalo  $\Delta t$

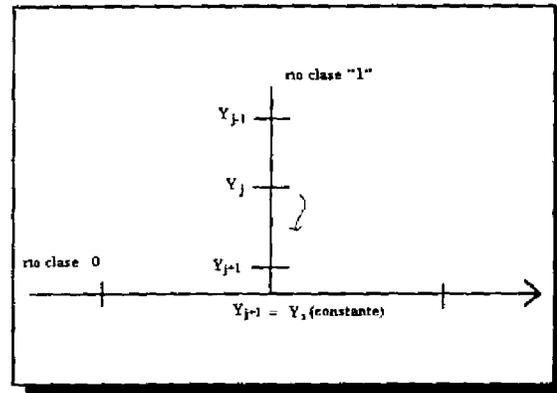


Figura 3.9 Tránsito de los ríos clase "1" en la 2ª mitad del intervalo  $\Delta t$

Para clasificar los ríos como clase 0 y clase 1 se procede de la siguiente forma: el cauce principal siempre se clasifica como clase 0, sus afluentes como clase 1 y a los subafluentes otra vez como clase 0; si estos últimos tienen a su vez sub afluentes, éstos se clasifican como clase 1. Por lo anterior se debe verificar que un río clase 1 debe descargar en un río clase 0 y viceversa, un río clase 0 debe descargar en un río clase 1.

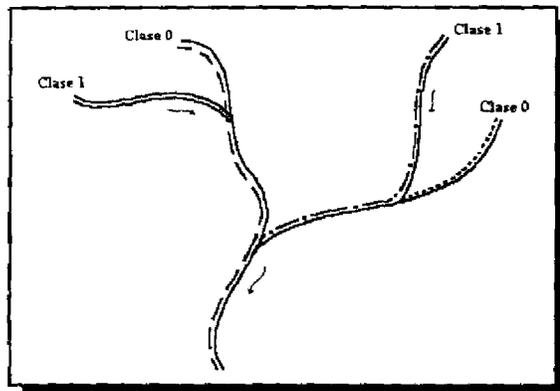


Figura 3.10 Clasificación de ríos y afluentes en "Clase 0" o "Clase 1"

### 3.4 EJEMPLO DE APLICACIÓN Y COMPARACIONES

#### Planteamiento del problema

Para este caso, se tiene un río con varias confluencias a lo largo de su recorrido (fig. 3.11). Los afluentes son pequeños y sus avenidas se tomarán como hidrogramas triangulares de igual magnitud y duración (fig. 3.12). Por su parte, el hidrograma en la sección inicial se supone medido por una estación hidrométrica y es mayor a los anteriores (fig. 3.13).

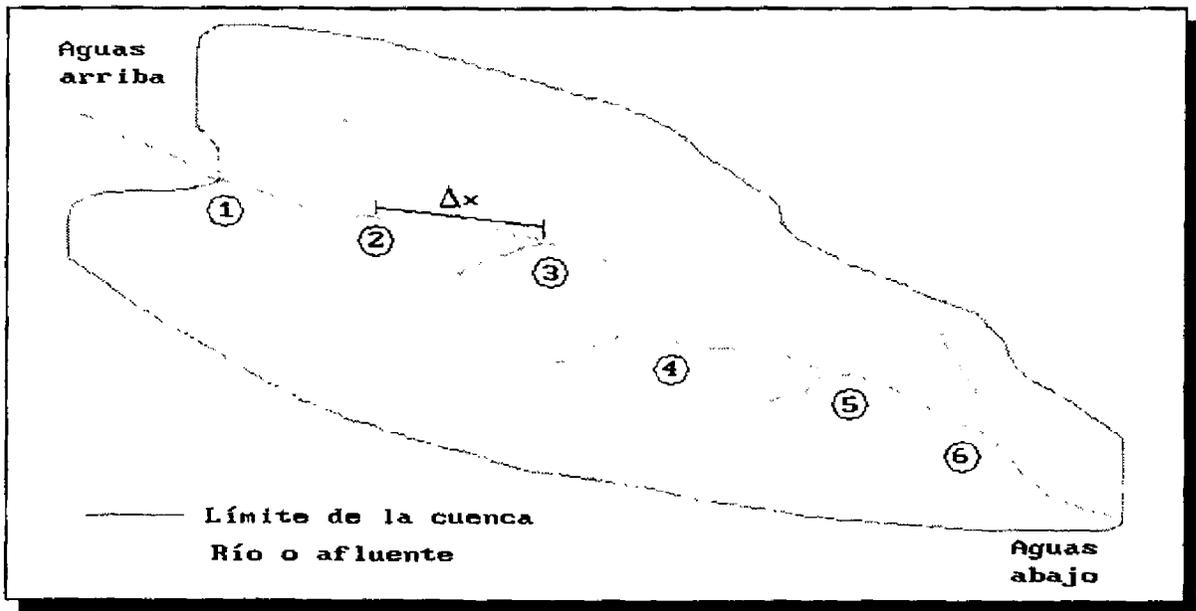


Figura 3.11 Cuenca en estudio

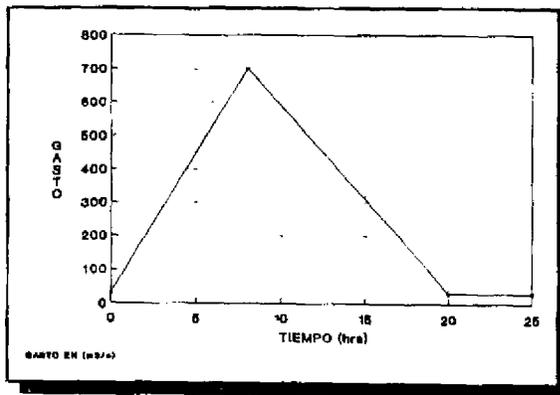


Figura 3.12 Hidrograma intermedios (afluentes).

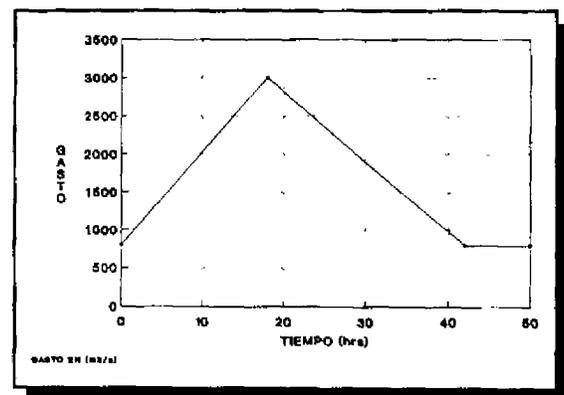


Figura 3.13 Hidrograma en la sección inicial

Para efecto del análisis, las características del cauce a modelar son las siguientes:

longitud total (l):	140 km
pendiente de fondo ( $S_0$ ):	0.00036
coeficiente de rugosidad (n):	0.030
subtramos ( $\Delta X$ ):	6 de 23.3 km
No. de secciones transversales:	7, coincidentes con las confluencias (fig. 3.14)

Además, el método hidráulico requiere una ley de elevaciones-gastos en la zona de la descarga (fig. 3.15).

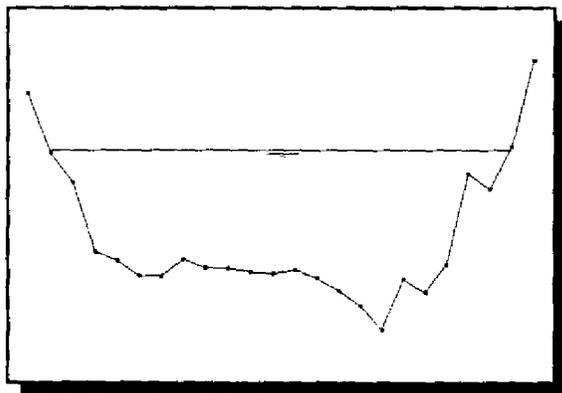


Figura 3.14 Sección transversal típica.

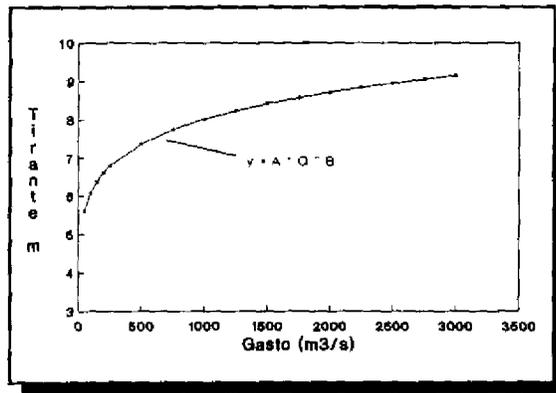


Figura 3.15 Relación Y-Q al final del cauce.

Se requiere obtener el tránsito de la avenida (ref. 3) con el método de Muskingum-Cunge y el Esquema Sánchez-Fuentes.

### Resultados

Al resolver el problema con las ecuaciones indicadas anteriormente para cada método y por un modelo numérico se tiene lo siguiente.

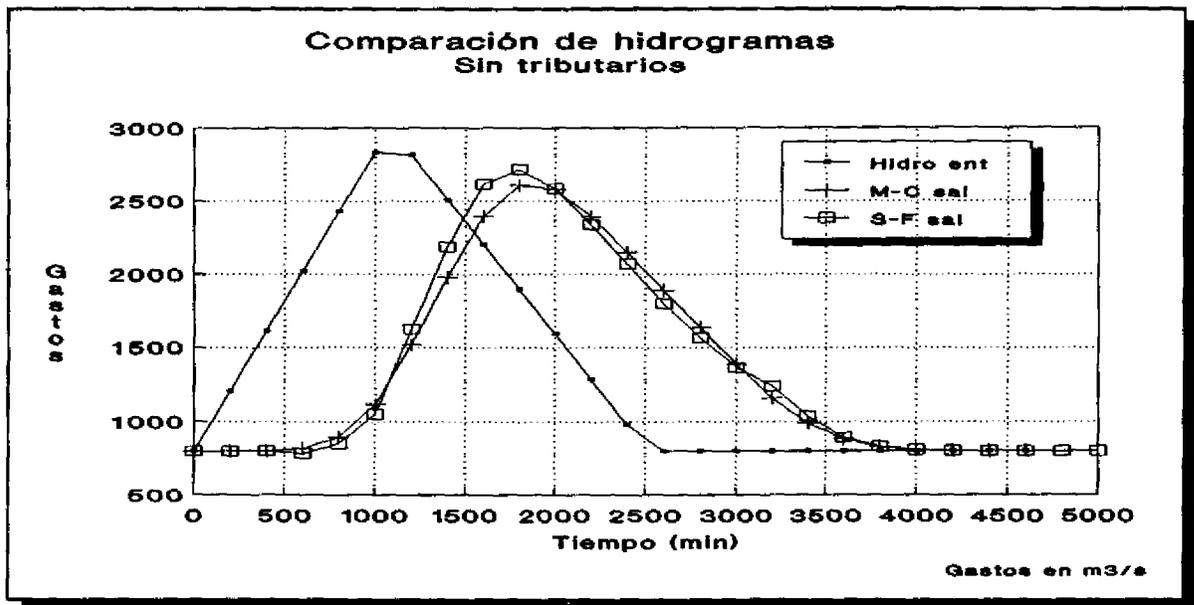


Figura 3.16 Tránsito de avenidas sin considerar tributarios.

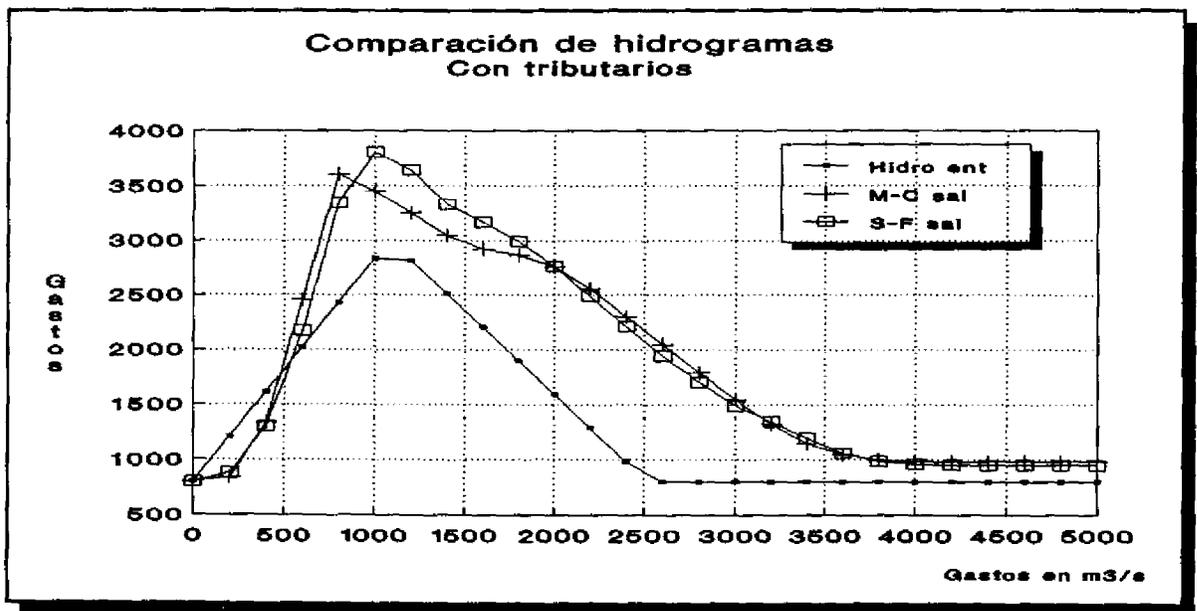


Figura 3.17 Tránsito de avenidas considerando tributarios.

Para llevar a cabo una comparación entre ambas metodologías, se realizaron dos corridas para cada método, la primera toma en cuenta únicamente al hidrograma de entrada (esto es, simula que el cauce no tiene afluentes). Para la segunda corrida se consideró la aportación de los tributarios además del hidrograma a la entrada (en la sección 1). De acuerdo con los resultados obtenidos con cada método, se puede observar lo siguiente:

- cuando sólo se toma en cuenta el aporte a la entrada del cauce, el resultado obtenido con ambos métodos es muy similar (gasto pico, tiempo de pico y volumen), como se muestra en la fig. 3.15.
- por otra parte, al introducir el aporte de los tributarios y comparar los resultados, se observa que la diferencia entre ambos métodos es notoria (fig. 3.16).