

#### 4. CORRECCIÓN DE LÍNEA BASE Y FILTRADO (SPA01CLT).

##### 4.1. METODOLOGÍA EMPLEADA EN LA CORRECCIÓN Y FILTRADO.

##### 4.2. OPCIONES Y PARÁMETROS REQUERIDOS.

#### 4. CORRECCIÓN DE LÍNEA BASE Y FILTRADO (SPA01CLT).

Uno de los problemas más importantes en el análisis de acelerogramas se presenta cuando se desea obtener la velocidad y el desplazamiento, debido a los principales factores siguientes: desconocimiento de los valores iniciales y finales de ambas variables, en especial si el registro obtenido por el instrumento empieza después de iniciado el movimiento del sitio donde se encuentra colocado; la longitud finita del acelerograma, en donde generalmente se ha perdido la parte inicial y final del movimiento; corrimiento del cero del registro con respecto al cero real de aceleración; y distorsiones introducidas por los sensores, el medio de registro y/o la forma de convertir los datos de una señal continua en el tiempo, como es la aceleración provocada por un sismo, en valores discretos que la representen adecuadamente (conversión análogo-digital, A/D).

Las consecuencias en los resultados de cada uno de los factores mencionados es variable, dependiendo de las características particulares del acelerograma o del instrumento y medio empleados en la obtención del registro. Para tener una idea de la magnitud que pueden alcanzar este tipo de errores se presenta el siguiente ejemplo: en un acelerógrafo digital de 12 bits la resolución máxima que puede alcanzarse es  $\pm 1$  bit (el menos significativo). Si el instrumento es de  $\pm 1g$  de escala total, común en este tipo de aparatos, ese bit equivale a un error de aproximadamente  $A_e = \pm 0.5 \text{ cm/s}^2$  con respecto al cero real. Integrando, la velocidad y el desplazamiento serían:

$$V_i = A_e t_i \quad D_i = \frac{1}{2} A_e t_i^2, \quad t_i = \text{tiempo} \quad i = 1, \dots, NP \quad (4.1)$$

En un registro de 100 s de duración, los valores finales resultan, para  $A_e = 0.5 \text{ cm/s}^2$ , en  $V_f = 50 \text{ cm/s}$  y  $D_f = 2500 \text{ cm}$ , los cuales son, desde luego inaceptables.

Algunos otros factores, cuya influencia dependerá de la calidad del

instrumento, son: la respuesta del sensor ante aceleraciones transversales a su eje de medición, no linealidad en algunos circuitos de amplificación o filtrado, respuesta no lineal del propio acelerómetro en algunas frecuencias, efectos de temperatura y de humedad, y envejecimiento de partes, entre otros, algunos de los cuales suelen detectarse mediante calibraciones periódicas del instrumento.

Existen varios métodos para llevar a cabo las correcciones necesarias e integración del acelerograma que conduzcan a valores "exactos" de la velocidad y desplazamiento, entre los que destacan los basados en ajustes por mínimos cuadrados, en filtros digitales, en ajuste de polinomios, etc. La institución pionera en el registro y análisis de acelerogramas fue el Instituto Tecnológico de California (CALTECH), en donde se realiza entre los años 1950 a 1970, por primera vez a nivel mundial, un esfuerzo ordenado y sistemático para estudiar los datos obtenidos. Es en CALTECH donde se desarrolla un método diseñado especialmente para llevar a cabo la corrección e integración de acelerogramas, basado en el filtro desarrollado por Ormsby (1960).

El procedimiento fue adoptado rápidamente por un importante conjunto de instituciones dedicadas al estudio de datos de temblores fuertes, entre las que se encuentra el Instituto de Ingeniería de la UNAM, y se le conoce mundialmente como el "Método de Caltech para corrección de acelerogramas". Su inclusión en el sistema SPA\_01PC se debe, principalmente a su amplia difusión mundial y al hecho de que no existe, hasta la fecha, algún otro procedimiento que haya sido aceptado como estándar. Algunas de las ventajas y desventajas del mismo se discuten posteriormente.

Como se anotó, la magnitud de las correcciones para cada caso es variable entre acelerogramas, además de que dependerán de uso que se dará a los datos. Por ello, el propio usuario deberá evaluar si el procedimiento del programa SPA01CLT satisface sus propios requisitos.

#### 4.1. Metodología empleada en la corrección y filtrado.

Este método consiste de dos correcciones: una primera parte toma en cuenta la respuesta dinámica del sensor, realizando una corrección basada en la frecuencia natural y amortiguamiento del mismo; en una etapa posterior se corrigen los efectos de la línea base y se lleva a cabo la integración (Trifunac, 1970; Trifunac, Iwadia and Brady, 1971; Trifunac and Lee, 1973).

La corrección instrumental se basa en la ecuación que gobierna la respuesta de un sistema de un grado de libertad:

$$\ddot{u}(t) = -\ddot{u}(t) - 2\omega_n \zeta \dot{u}(t) - \omega_n^2 u(t) \quad (4.2)$$

donde  $\ddot{u}(t)$ ,  $\dot{u}(t)$ ,  $u(t)$  y  $a(t)$  son funciones de que representan la aceleración, velocidad y desplazamiento del instrumento y la aceleración de la base, respectivamente;  $\omega_n = (k/m)^{0.5}$  es la frecuencia natural.  $\zeta = c/2m\omega_n$  la fracción del amortiguamiento crítico,  $m$  es la masa del sistema,  $k$  la constante de resorte y  $c$  la de amortiguamiento, figura 4.1.

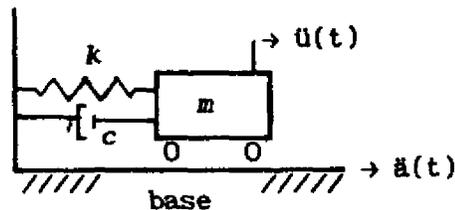


Figura 4.1. Diagrama de un sistema de un grado de libertad.

El proceso consiste en interpolar el acelerograma a DT constante,  $\ddot{x}(n\Delta t_1)$ , realizar una extensión del mismo,  $\ddot{x}(-t) = \ddot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(T+t) = \ddot{x}(T-t)$ , para efectuar un filtrado pasa-bajas para eliminar el ruido de alta frecuencia, decimar la función resultante,  $\ddot{x}(n\Delta t_2)$   $\Delta t_2 = 2\Delta t_1$ , derivarla para obtener  $\dot{x}$ , y sustituir las funciones resultantes en la ecuación (8) para calcular la aceleración del terreno,  $\ddot{a}(n\Delta t_2)$ .

Con el acelerograma corregido por el efecto del transductor se está en posibilidades de corregir la línea base y calcular las historias de velocidad y desplazamiento. Para reducir el tiempo de cómputo total, en un segundo paso se eliminan los errores con tendencias lineales, como el corrimiento de cero e inclinación de la línea de cero, tanto en aceleración como en velocidad, mediante ajustes por mínimos cuadrados, apoyándose en el hecho de que la aceleración y velocidad son nulas antes del temblor, muy pequeñas en el instante de inicio de operación de instrumento, y que deben tender a cero al final del registro.

Finalmente se procede con el filtrado e integración para calcular la velocidad y desplazamiento, siguiendo el procedimiento que se indica en la figura 4.2. Los pasos siguientes son: extender el registro para proceder a un prefiltrado pasa-bajas con promedios móviles de igual peso, decimar el registro para reducir tiempo de cómputo, filtrado pasa-bajas con diferentes pesos y el promedio de los promedios, interpolar los puntos resultantes al mismo intervalo que los datos originales y restarlo del acelerograma para producir el acelerograma filtrado; eliminar nuevamente tendencias lineales por mínimos cuadrados con lo que se tiene el acelerogramna final. Integrar, eliminar tendencias lineales y filtrar pasa-bajas para producir la velocidad corregida, e integrar y volver a filtrar para obtener el desplazamiento. Una descripción más completa del método de Caltech se puede encontrar en Trifunac (1970), Trifunac, Iwadia and Brady (1971), Trifunac and Lee (1973) y Hudson (1979).

Al extenderse el acelerograma hacia ambos extremos para proceder con el filtrado de los puntos iniciales y finales, se produce en consecuencia una distorsión al inicio y final del mismo, que afecta a la velocidad y desplazamientos obtenidos, principalmente en el caso en que los valores  $A_0$  y  $A_r$  sean muy diferentes de cero. Si el filtro seleccionado es adecuado, dichas distorsiones serán mínimas. Sin embargo, si el registro consiste de pocos puntos, esta distorsión es más acentuada y afecta a un mayor porcentaje del mismo, por lo que los

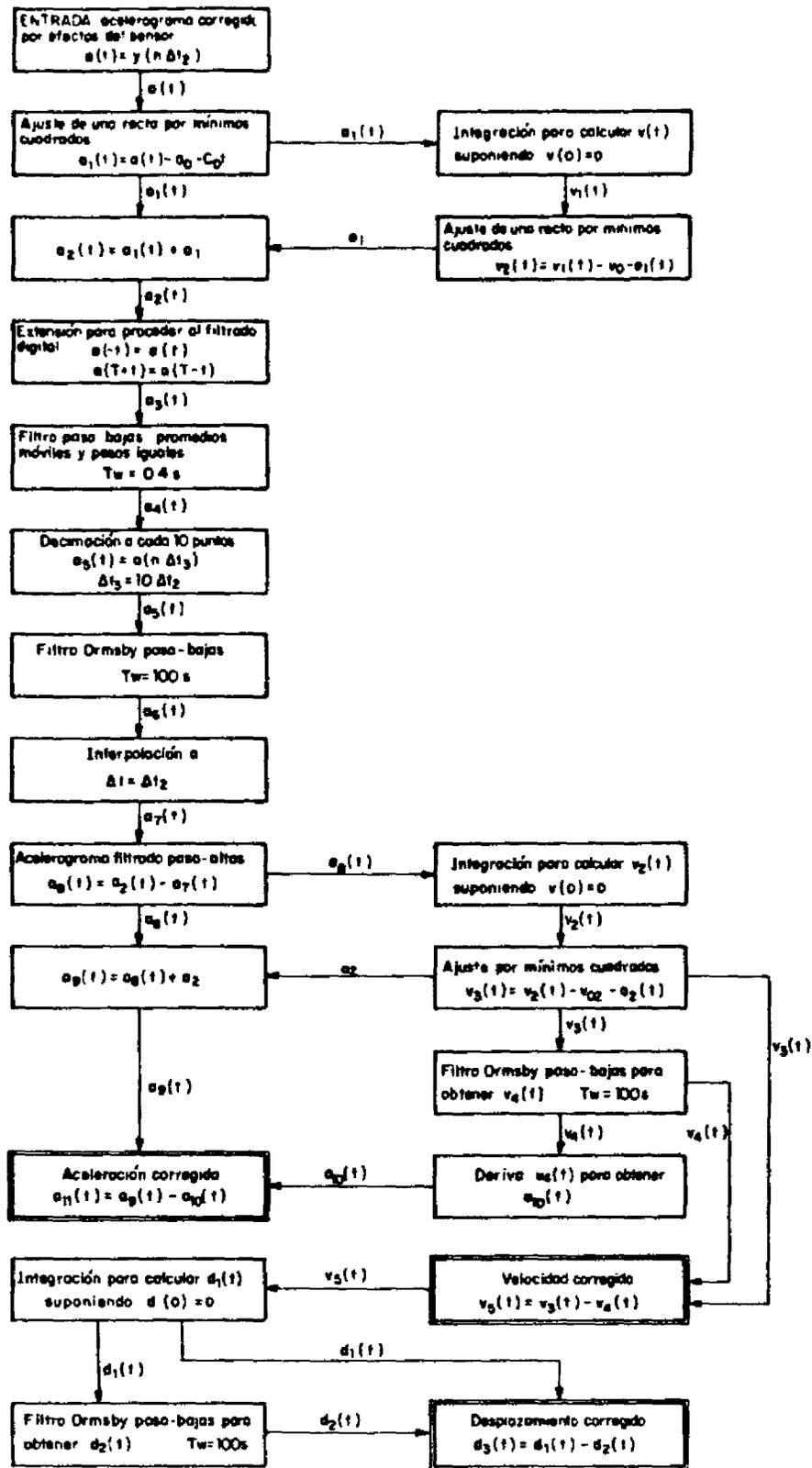


Fig 4.2 Diagrama del procedimiento de corrección de línea base e integración empleado en SPA 01 CLT (Hudson, 1979; Trifunac, 1970)

resultados proporcionados por este método deberán emplearse con mucho cuidado en el caso de registros con pocos puntos ( $\leq 500$  o  $5$  s).

Para reducir la distorsión que pueda provocarse por la extensión cuando  $A_0$  y  $A_r$  son muy diferentes de cero, se incorpora una corrección al método, llamada CALTEC-BASILI, en donde la imagen del acelerograma se atenúa exponencialmente, reduciéndose el error provocado por la distorsión, pero incrementándose el tiempo requerido para realizar el proceso en un orden de magnitud. Por tanto, dicha opción se recomienda solo cuando los resultados por el método tradicional indican errores importantes que el usuario deberá evaluar empleando, principalmente, su criterio.

#### 4.2. Opciones y parámetros requeridos.

El método de Caltech permite realizar un filtrado digital de la señal mediante un filtro pasa-banda, seleccionado en función de las características del registro (frecuencias dominantes, duración, tipo de instrumento, etc), mediante la elección de cinco parámetros: incremento en tiempo  $DT$  (el cual se relaciona con la frecuencia de Nyquist), y los cuatro datos de frecuencia que definen el filtro, como se muestra en la figura 4.3.

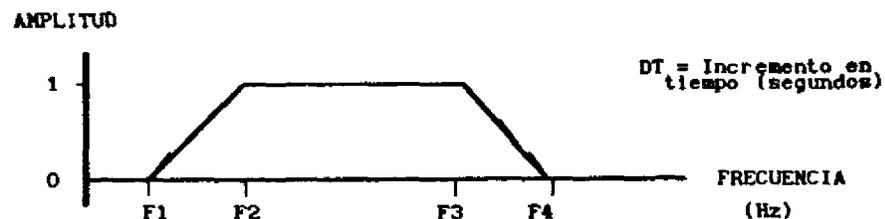


Figura 4.3. Parámetros de la corrección de CALTECH.

En la figura 4.3. observamos que el filtro queda definido como:

$$H(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{para } F < F_1 \\ (F-F_1)/(F_2-F_1) & \text{para } F_1 < F < F_2 \\ 1 & \text{para } F_2 < F < F_3 \\ (F-F_3)/(F_4-F_3) & \text{para } F_3 < F < F_4 \\ 0 & \text{para } F > F_4 \end{cases}$$

El procedimiento de Caltech se implementó en el sistema SPA\_01PC en un programa por separado llamado SPA01CLT debido al tamaño del código y de los arreglos vectoriales que se requieren durante su ejecución.

El programa SPA01CLT pregunta al usuario el nombre del archivo donde se encuentran los datos a procesar, el cual puede estar en el directorio de trabajo o en otro directorio. En este último caso, deberá proporcionarse el path del mismo. Una vez leídos los datos, deberá seleccionarse entre las opciones Caltech (C) o Caltech-Basilii (B), descritas anteriormente. En una etapa subsecuente, el usuario selecciona los valores de  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$ , y del incremento de tiempo  $\Delta t$  (DT), en función del contenido de frecuencias de la señal a filtrar. Si el archivo de datos ya contiene los valores de la frecuencia natural y el amortiguamiento del sensor, el programa continúa con el análisis, mostrando algunos resultados intermedios, hasta desplegar los resultados principales en una tabla como la que se muestra en la figura 4.4.

En caso de que el archivo aun no cuente con los datos de la frecuencia natural y amortiguamiento del sensor, le serán preguntados al usuario para que los proporcione. Se han asignado los valores de 30 Hz y 0.7 como típicos para cuando la respuesta sea incorrecta (valores negativos o cero), prosiguiendo con el proceso como se indica en el párrafo anterior.

A continuación se muestran en pantalla las historias de aceleración, velocidad y desplazamiento obtenidas para que el usuario determine si desea o no almacenar los resultados de la corrección. En caso de respuesta afirmativa, el programa SPA01LT preguntará el nombre del archivo (se puede proporcionar un path) y, en caso de existir, si lo reescribe o no.

### *Parámetros por omisión*

En el caso de que el usuario omita alguno de los parámetros requeridos en el proceso, o asigne algún valor equivocado, el programa SPA01CLT asignará los parámetros siguientes:

$F_1 = 0.08 \text{ Hz}$ , en caso de omisión o de que  $F_1 \leq 0.08$

$F_2 = 1.25 \cdot F_1 \text{ Hz}$ , en caso de omisión o de que  $F_2 \leq F_1$

$F_3 = 23.0 \text{ Hz}$ , en caso de omisión o de que  $F_3 \leq F_2$

$F_4 = F_3 + 2.0 \text{ Hz}$ , en caso de omisión o de que  $F_4 \leq F_3$

$DT = 0.02 \text{ s}$ , en caso de omisión o  $DT \leq 0.0$ .

$FNO = 30.0 \text{ Hz}$ , frecuencia natural sensor, en caso omisión.

$ZTO = 0.70$ , fracción de amortiguamiento crítico del sensor, en caso de que se haya omitido.

También, en el caso de que el valor asignado a  $F_4$  sea mayor que la frecuencia de Nyquist,  $F_N = 1. / (2 \cdot DT)$ , el programa seleccionará a  $F_4 = 1. / (2 \cdot DT)$  y  $F_3 = 0.9 \cdot F_4$ .

Dado que el método de Caltech involucra el análisis iterativo de los resultados obtenidos en función de los parámetros seleccionados, la ejecución de SPA01CLT en un mismo conjunto de datos puede hacer que el proceso, hasta llegar a una corrección "adecuada", sea largo y tedioso en caso de que el usuario no tenga la experiencia suficiente en este procedimiento. Por tanto, se recomienda calcular un espectro de Fourier del acelerograma sin corregir, mediante SPA01FFT, antes de proceder con la ejecución de SPA01CLT, con lo cual se tendrá una idea clara del contenido de frecuencias del registro.

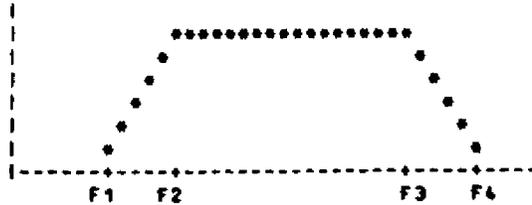
\*\*\*\*\* CORRECCION DE LINEA BASE POR CALTEC y \*\*\*\*\*  
 CALTEC-BASILI

En la memoria se encuentra el archivo: INCC9001.29L

# puntos de aceleracion sin corregir: 2710

Datos requeridos para la correccion:

1. Metodo: CALTEC(C) o CALTEC-BASILI(B)
2. Parametros del filtro:



3. Parametros del instrumento:  
 Frecuencia Natural (FNO) y Amortiguamiento (ZT0)
4. Parametros para interpolacion:  
 Incremento de tiempo (DDT)  
 Metodo (CALTEC = Return):

Parametros de filtrado:  
 F1 = 0.45  
 F2 = 0.5  
 F3 = 23  
 F4 = 25  
 Incremento de tiempo (seg): 0.02

Sensibilidad: 1.0000 Gals/mm  
 Frec. nat.: 30.00000  
 Amortig.: .67000

ICR...  
 SMU: DDT, NDATA .20000000E-01 2710

BAS...  
 RUNNING MEAN FILTER  
 MEAN FILTER: DDT, NDATA .20000320E+00 136  
 ORMSBY FILTER: DDT, NDATA .20000320E+00 136  
 RESTADO

SALIDA BAS: DDT, NDATA .20000000E-01 1355

HYPSTD...

\*\*\*\*\* Archivo INCC9001.29L \*\*\*\*\*

	Maximo	Tmax	Minimo	Tmin	Inicial	Cruces
Aceleracion	33.401	5.920	-44.978	3.620	.622	278
Velocidad	1.355	5.980	-1.715	3.660	.093	158
Desplazamiento	.086	6.100	-.114	5.900	-.001	111

Numero de puntos s/corregir = 2710  
 Numero de puntos corregidos = 1355

Presiona RETURN para continuar

Figura 4.4

## 5. ANÁLISIS DE FOURIER (SPAO1FFT).

### 5.1. METODOLOGÍA PARA CALCULAR LA FFT.

### 5.2. OPCIONES: FACTOR DE NORMALIZACIÓN Y NÚMERO DE PUNTOS.

### 5.3. SUAVIZADO.

## 5. ANÁLISIS DE FOURIER (SPA01FFT).

Como parte principal del proceso de acelerogramas, se incluye en el programa SPA01FFT el cálculo de la transformada rápida de Fourier, en el cual se han incorporado varias posibilidades para que el usuario realice el proceso de acuerdo con los datos que dispone y la aplicación que hará de los resultados.

La transformada de Fourier es desde hace tiempo una de las más valiosas herramientas matemáticas desarrolladas, con la cual es posible encontrar la relación que existe entre el dominio del tiempo y el de frecuencia en una señal. Sin embargo, aun con las velocidades de cálculo que pueden alcanzarse con las computadoras modernas, la transformada discreta de Fourier (DFT) tiene pocas aplicaciones debido al exorbitante tiempo de máquina que se requiere para su estimación. Es hasta 1965, aparejado con el acelerado desarrollo de las computadoras, que se publica un algoritmo capaz de calcular la transformada discreta de Fourier de manera eficiente y rápida (Cooley and Tukey, 1965), revolucionando el concepto de análisis de series de tiempo.

Con el desarrollo del algoritmo para el cálculo de la transformada rápida de Fourier (FFT), muchas disciplinas científicas que requieren análisis de datos se han visto beneficiadas. Actualmente es posible encontrar que el empleo de la FFT se extiende a campos tan diversos como la medicina, economía, comunicaciones, física, óptica, sicología, teoría de probabilidades y estudio de sistemas, entre otros. Su aplicabilidad incluye cualquier proceso que involucre una variable que sea función del tiempo.

### 5.1. Metodología para calcular la FFT.

La definición de transformada de Fourier (TF), para el caso de señales continuas, es (Brigham, 1974):

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (5.1)$$

donde  $h(t)$  es la función del tiempo  $t$  y  $H(f)$  la transformada de Fourier en función de la frecuencia  $f$ . Por simplificación, la ecuación 5.1 suele escribirse como:

$$H(f) \bullet h(t)$$

En el caso de señales discretas de longitud finita, tenemos que la transformada discreta de Fourier (DFT) es (Brigham, 1974):

$$G\left(\frac{n}{N\Delta t}\right) = T \sum_{k=0}^{N-1} g(k\Delta t) e^{-j2\pi nk/N} \quad (5.2)$$

para  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .  $\Delta t$  = incremento en tiempo.

Como  $1/N\Delta t$  puede representarse como  $\Delta f$ , la ecuación 5.2. resulta en:

$$G(n\Delta f) = T \sum_{k=0}^{N-1} g(k\Delta t) e^{-j2\pi nk/N} \quad (5.3)$$

Los principales aspectos de la teoría de la transformada de Fourier, de la DFT y la FFT, así como sus propiedades, se pueden encontrar en Brigham (1974). También allí se presenta, de manera clara, una descripción del algoritmo desarrollado por Cooley y Tukey (1965) para el cálculo de la FFT, en el cual se basan la gran mayoría de los programas de cómputo.

El factor  $e^{-j2\pi nk/N}$  de la ecuación 5.2 se desarrolla mediante la suma de una función seno y una coseno para acelerar el cálculo, además de que en el algoritmo hace uso de la inversión de bits, con lo que el tiempo requerido en una PC-AT que cuente con coprocesador numérico, para realizar las operaciones para una FFT de 1024 puntos, es de solo unos cuantos segundos. Aun en el caso de una PC-XT sin coprocesador,

el tiempo requerido es razonable.

La inclusión de  $j = \sqrt{-1}$  conduce a que la serie  $G(f)$  sea un conjunto de valores complejos de la forma  $G(k\Delta f) = R(k\Delta f) + j I(k\Delta f)$ , donde el módulo  $|G(k\Delta f)|$  y el ángulo de fase  $\theta$  son:

$$|G(k\Delta f)| = \sqrt{R(k\Delta f)^2 + I(k\Delta f)^2} \quad \tan \theta = \frac{I(k\Delta f)}{R(k\Delta f)} \quad (5.4)$$

## 5.2. Opciones: Factor de normalización y número de puntos.

El programa SPA01FFT tiene la capacidad de calcular la FFT de algunas de las siguientes series de tiempo que pueden existir en el archivo de datos: del acelerograma sin corregir, o de la aceleración, velocidad o desplazamiento corregidos, a elección del usuario. Dado que cada uno de los vectores indicados puede tener hasta 7500 valores, la FFT resultante puede estimarse para hasta 8192 puntos ( $2^{13}$ ).

Como puede observarse en la ecuación 5.2, el cálculo de  $G$  es afectado directamente por la duración de la serie de tiempo  $N\Delta t$ , cuyo valor dependerá del número de datos  $N$  e intervalo de muestreo  $\Delta t$ . Dado que un acelerograma es una muestra finita, en donde el principio y fin del registro no necesariamente coinciden con sus correspondientes inicio y término del movimiento del terreno, puede resultar conveniente que la amplitud de los valores de la FFT sean independientes de la duración, por lo cual se ha incorporado en SPA01FFT una opción que permite normalizar los valores resultantes para hacerlos independientes de la duración.

En consecuencia, esta opción permite obtener las mismas amplitudes espectrales de una señal senoidal independientemente del tamaño del intervalo analizado. Lo anterior no es válido si a partir de la FFT se desea estimar la energía del movimiento o el espectro de potencia, los

cuales son directamente dependientes de la duración.

En el programa SPA01FFT esta opción se presenta mediante una pregunta en la que se solicita al usuario el factor de normalización, con dos posibles respuestas: (1) Sísmica, cuando el factor hace los resultados independientes de la duración, y (2) Sismología, cuando se calcula la FFT de la manera estándar. El usuario deberá seleccionar el que considere más adecuado para el tipo de análisis que realizará. En caso de que no esté seguro, se recomienda usar la indicada con (2).

En el programa también se ha incorporado la opción de interpolar el acelerograma en caso de que no se encuentre a intervalos constantes, mediante el método de Lagrange de tercer grado que se describe en el capítulo correspondiente al programa SPA01TRR. Dicha interpolación se realiza de manera automática en caso de requerirse y se emplea solo con aceleración sin corregir proveniente de registros en película o papel.

El algoritmo empleado en el cálculo de la FFT requiere que el número de datos de entrada sea igual a alguna potencia de 2, y define al incremento en frecuencia  $\Delta f$  resultante como  $1/NT$ , donde  $NT$  es la duración. Para cumplir con los requerimientos del algoritmo se han incorporado al programa SPA01FFT tres opciones: a) completar el número de datos que se tienen con ceros hasta llegar a la potencia de 2 siguiente (si se tienen 510 valores se seleccionará  $2^9 = 512$ , con 513 valores se tomará  $2^{10} = 1024$ ); b) interpolar el acelerograma a un  $\Delta t$  tal que el número de datos resultante sea la potencia de 2 más próxima al número de datos original; y c) definir el  $\Delta f$  al cual se desea conocer la FFT, con lo que el programa calculará  $\Delta t$  e interpolará de manera tal que el número de puntos resultante sea potencia de 2. En el caso de requerirse, se emplea la interpolación de Lagrange de tercer orden.

La opción más común es la de añadir ceros hasta completar la siguiente potencia de dos (1), aunque en este caso se hará variar la duración, y

por consiguiente cambiarán las amplitudes espectrales calculadas con la opción Sismología. En caso de análisis especiales de varios acelerogramas, en donde se requiera que la duración sea igual para todos los registros, se recomienda tomar un tramo del mismo con la misma duración antes de proceder al cálculo de las FFT's. En consecuencia, los cálculos resultarán con la misma potencia de 2 (número de puntos) y con el mismo incremento en frecuencia  $\Delta f$ .

Debe recordarse que el número total de valores de la FFT que son significativos es de  $NFFT/2 + 1$ , donde NFFT es el 2<sup>n</sup> seleccionado por cualquiera de las tres opciones indicadas, ya que el total de resultados contiene los valores para frecuencias positivas y negativas (Brigham, 1976), y de que la frecuencia máxima que puede analizarse es de  $1/2\Delta t$ . Estas limitaciones son consecuencia de la duración del acelerograma y del intervalo de muestreo, los que son invariantes en la mayoría de los registros de este tipo.

### 5.3. Suavizado.

Los resultados del cálculo de la FFT pueden graficarse tal como se obtuvieron, en cuyo caso tendremos una gráfica como la que se presenta en la figura 5.1. Puede observarse que el trazo de los valores resulta en una línea con un importante número de oscilaciones en torno a una tendencia general, y que en una gráfica doble logarítmica, como normalmente se presentan los valores de una FFT, se tiene una gran mancha en la zona de frecuencias mayores a 10 Hz.

Para eliminar el problema anterior, se ha incluido la opción de llevar a cabo un suavizado de la curva mediante el uso de un filtro de un tercio de octava aplicado sobre el módulo. Los resultados permiten observar claramente la gráfica (figura 5.2), sin afectar los puntos donde aparecen los máximos y, solo en un pequeño porcentaje, la amplitud de los mismos.

Como el resultado de la FFT es una serie de números complejos de la forma  $G(f) = R(f) + j I(f)$ , al realizar el filtrado sobre el módulo se pierde el ángulo de fase.

Una vez calculada la FFT, el programa preguntará al usuario si desea realizar el suavizado o continuar con el siguiente paso. Si se responde afirmativamente se procederá a suavizar el módulo de la transformada mediante el proceso descrito, lo cual llevará varios segundos.

Una vez concluidas las operaciones de cálculo y suavizado, se presentan al usuario las opciones de mostrar en pantalla los resultados y de almacenar los valores finales para su posterior graficación. La figura de la FFT en la pantalla se presenta en un trazado con ambos ejes logarítmicos. En caso de que la respuesta de almacenar resultados sea afirmativa, se deberá indicar el nombre o path del archivo de salida. Los valores que incluirá este archivo son la frecuencia, el logaritmo de la frecuencia, el módulo y el logaritmo del módulo, en caracteres ASCII.

Figura 5.1

ESPECTRO DE FOURIER SIN SUAVIZAR (INCC9001.29L)

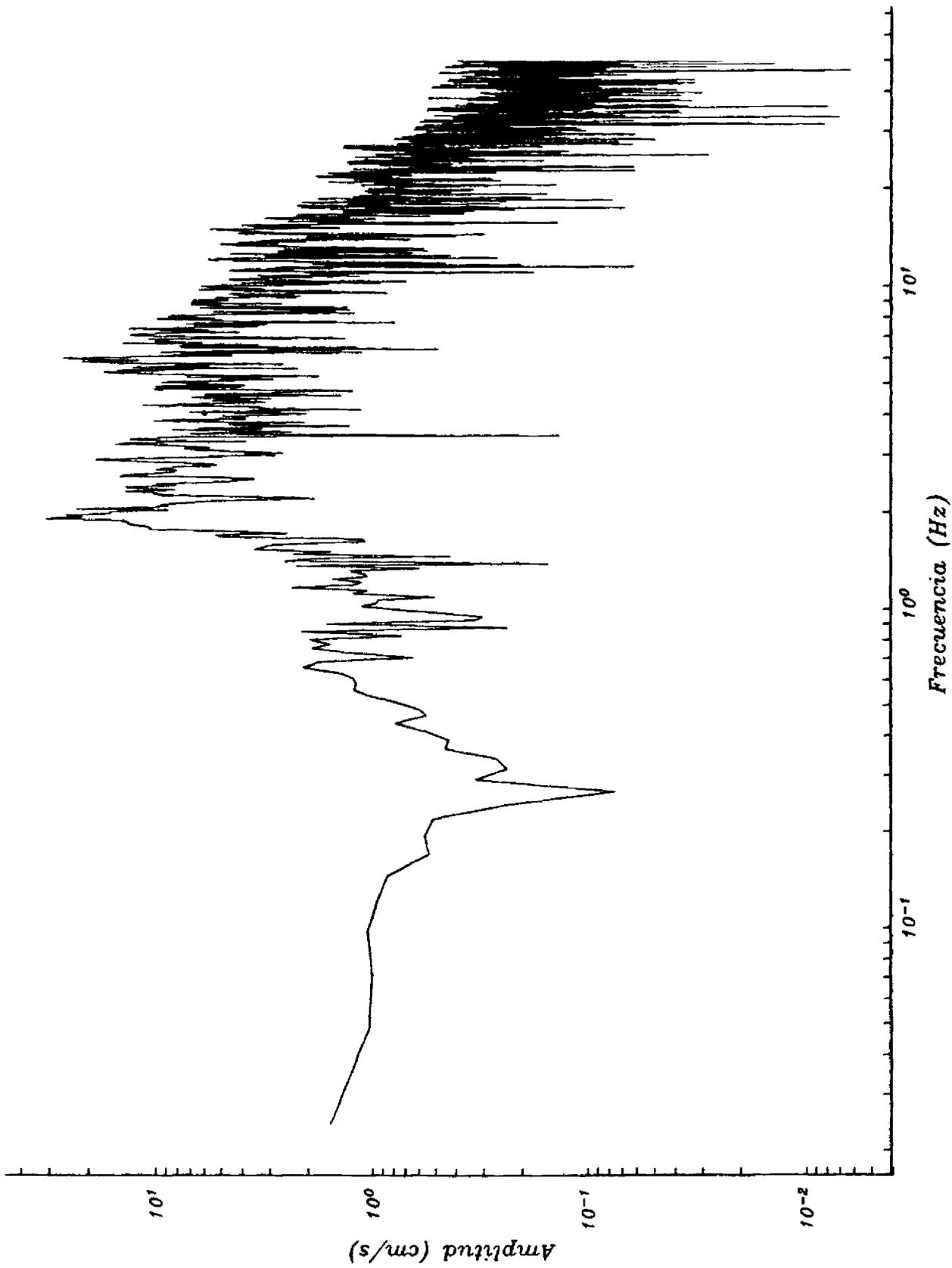
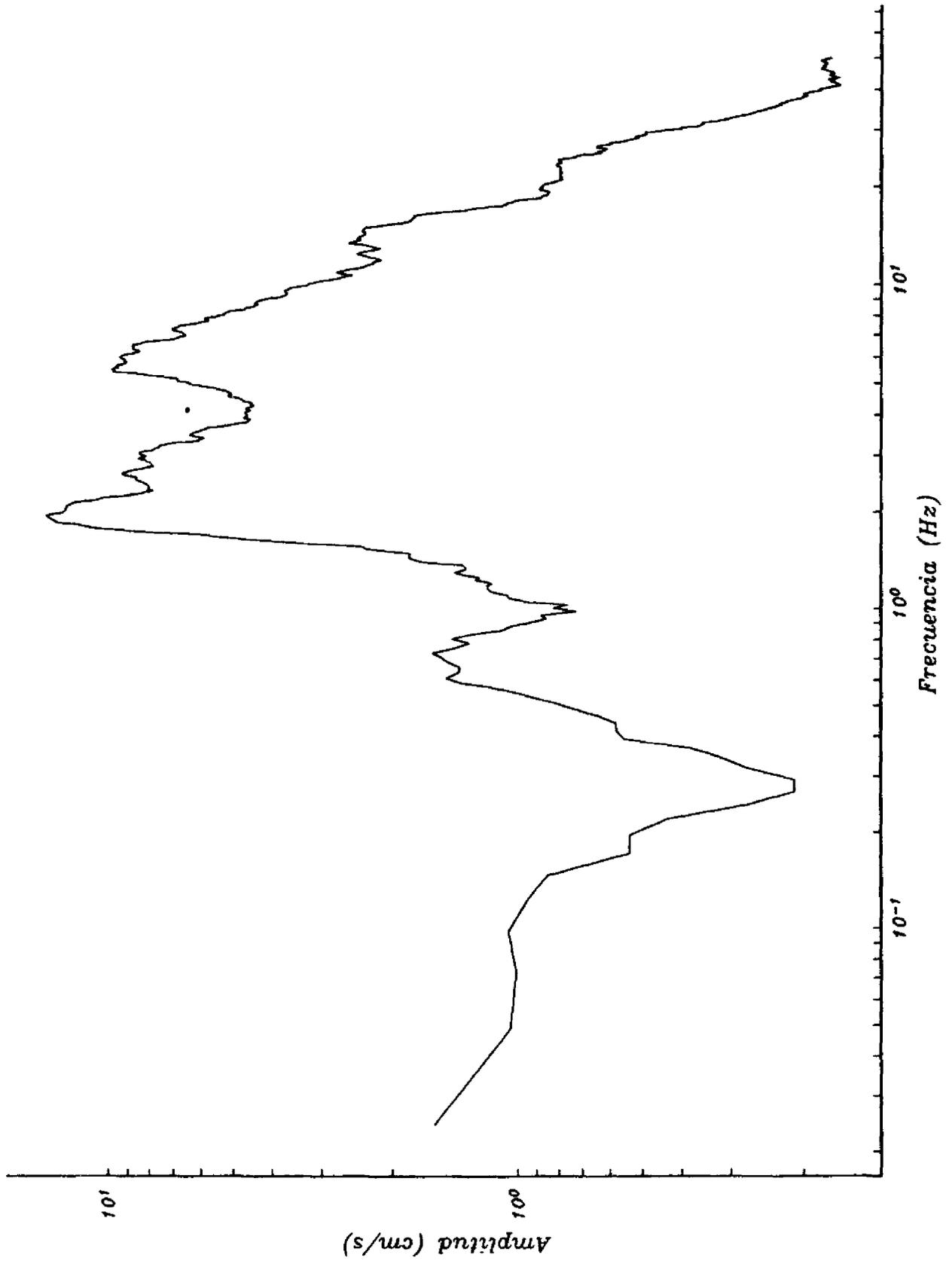


Figura 5.2

ESPECTRO DE FOURIER SUAVIZADO (INCC9001.29L)



## 6. ESPECTROS DE RESPUESTA (SPA01ESP).

### 6.1. MÉTODO PARA EL CÁLCULO DE ESPECTROS DE RESPUESTA.

### 6.2. OPCIONES Y PARÁMETROS NECESARIOS.

## 6. ESPECTROS DE RESPUESTA (SPA01ESP).

Para estimar el efecto que un determinado temblor ocasionaría en las estructuras, en Ingeniería Sísmica se emplean las gráficas de la máxima respuesta ante un sismo de una estructura sencilla de un grado de libertad, definida por sus características particulares de periodo natural (o frecuencia natural) y amortiguamiento. Dicho sistema de un grado de libertad permite simular el comportamiento de estructuras más complejas. A estas figuras se les conoce como espectros de respuesta.

Un sistema de un grado de libertad se representa de acuerdo con la figura 6.1 siguiente:

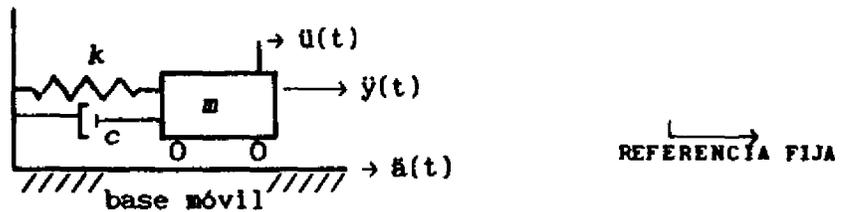


Figura 6.1. Diagrama de un sistema de un grado de libertad.

Donde  $u(t)$  es el movimiento relativo de la masa  $m$  respecto a la base "móvil" (el suelo de apoyo, la cimentación, etc),  $y(t)$  es el movimiento absoluto de  $m$  respecto a la referencia "fija", y  $a(t)$  el movimiento de la base "móvil" respecto a la referencia "fija", por lo que:

$$y(t) = a(t) + u(t)$$

La ecuación que describe el comportamiento del sistema es:

$$\ddot{a}(t) = -\ddot{u}(t) - 2\omega_n \zeta \dot{u}(t) - \omega_n^2 u(t) \quad (6.1)$$

donde:  $\omega_n = \sqrt{k/m}$  es la frecuencia natural angular,  $\zeta = c/2m\omega_n$  la fracción del amortiguamiento crítico,  $m$  la masa del sistema,  $k$  la constante del resorte y  $c$  la de amortiguamiento.

Los espectros de respuesta están definidos como:

$$SA = |\dot{y}(t)|_{MAX} \quad \text{Espectro de Aceleración Absoluta}$$

$$SD = |u(t)|_{MAX} \quad \text{Espectro de Desplazamiento Relativo}$$

$$SV = |\dot{u}(t)|_{MAX} \quad \text{Espectro de Velocidad Relativa}$$

$$PSA = \omega_n^2 SD \quad \text{Espectro de Pseudoaceleración Relativa}$$

La solución general a la ecuación (6.1) es:

$$u(t) = - \frac{1}{\omega_n^2 \sqrt{1-\zeta^2}} \sum_{k=1}^N a_k(t) e^{-\omega_n \zeta (t-\tau)} \sin \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} (t-\tau) \quad (6.2)$$

Existen varios métodos para resolver eficientemente la ecuación (6.2) en computadora, basados en soluciones aproximadas paso a paso. El que se emplea en el programa SPA01ESP es el desarrollado por Newmark y modificado en el Instituto de Ingeniería por Mena y Alonso (1984), el cual se describe más adelante.

### 6.1. Método para el cálculo de los espectros de respuesta.

El método empleado en SPA01ESP se basa en las siguientes suposiciones:

a) La respuesta del sistema es lineal para todos los amortiguamientos, periodos y desplazamientos considerados; b) El acelerograma es lineal entre dos puntos consecutivos. Ambas consideraciones conducen a que el procedimiento pueda realizarse con tiempos reducidos y equipos de cómputo comunes, con una precisión aceptable para su aplicación.

Durante el cálculo se define un amortiguamiento  $\zeta$  como fracción del crítico, un periodo  $T = 2\pi/\omega_n$ , y se resuelve numéricamente la ecuación 6.2 para cada valor  $a_i$  del acelerograma hasta encontrar los valores

máximos de SA, SV y SD, procediéndose con el siguiente valor de T hasta completar todos los valores de los periodos deseados. A continuación se selecciona el nuevo valor de  $\zeta$  y se repite el proceso. En resumen, el procedimiento es el siguiente:

$$SA_k = \text{MAX} \left[ |A_i| \right]_{i=1}^{NP} \quad SV_k = \text{MAX} \left[ |V_i| \right]_{i=1}^{NP} \quad SD_k = \text{MAX} \left[ |D_i| \right]_{i=1}^{NP} \quad (6.3)$$

donde: NP es el número de datos del vector de aceleraciones,  $k = 1, 2, \dots, \text{NPER}$  (número de periodos), y  $A_i, V_i$  y  $D_i$  quedan definidos por:

$$A_i = - \frac{1}{\left[ 1 + \omega_n \zeta \Delta t_i + \frac{\omega_n^2 \Delta t_i^2}{6} \right]} \left[ \omega_n^2 D_{i-1} + (2\omega_n \zeta + \omega_n^2 \Delta t_i) V_{i-1} + \left( \omega_n \zeta \Delta t_i + \frac{\omega_n^2 \Delta t_i^2}{3} \right) A_{i-1} + \sum_{j=1}^i \frac{a_j - a_{j-1}}{t_j - t_{j-1}} \Delta t_j \right] + \sum_{j=1}^i \frac{a_j - a_{j-1}}{t_j - t_{j-1}} \Delta t_j \quad (6.4)$$

$$V_i = V_{i-1} + \Delta t_i \left[ \frac{A_i + A_{i-1}}{2} \right] \quad (6.5)$$

$$D_i = D_{i-1} + \Delta t_i V_{i-1} + \Delta t_i^2 \left[ \frac{A_i + 2A_{i-1}}{6} \right] \quad (6.6)$$

$a_1$  es el vector de aceleraciones con  $a_0 = 0, A_0 = 0, V_0 = 0$  y  $D_0 = 0$ , por lo que el valor de  $SA_1$  resulta en la aceleración absoluta máxima del registro. Puede observarse que se emplea el método  $\beta$  de Newmark en la integración de  $A_i$  para obtener  $V_i$  y  $D_i$ , lo que permite que este procedimiento sea válido aún para acelerogramas que no se encuentren interpolados a incrementos de tiempo constantes.

## 6.2. Opciones y parámetros necesarios.

Durante la ejecución, el programa SPA01ESP preguntará al usuario el nombre del archivo o *path* con el cual se calcularán los espectros de respuesta. Una vez seleccionados los datos de entrada, el programa presenta la opción de calcular los espectros en los dos siguientes casos: a) para amortiguamientos y periodos estándar, de acuerdo con una tabla de valores prefijados, y b) para amortiguamientos y periodos seleccionados por el usuario.

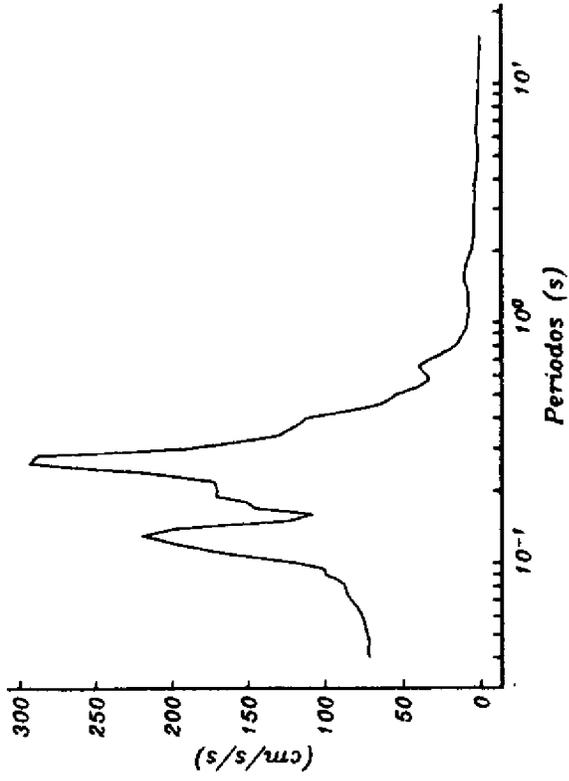
Para el primer caso, se han seleccionado los amortiguamientos de 0, 2, 5, 10 y 20 por ciento del crítico, los cuales son los más usuales, y una tabla de 98 periodos que inicia en 0.04 s. El valor final se selecciona como el menor entre la mitad de la duración del registro, la frecuencia de corte del filtro de CALTECH (en caso de datos corregidos) o 16 s. Dada la presentación en escala logarítmica, los valores del periodo se han escogido más próximos cuando los valores son pequeños, incrementando su intervalo conforme su valor crece. El periodo más grande para el que se calcula el espectro de respuesta está limitado por la longitud del registro y las características de su aplicación. Los valores de los periodos se muestran en la tabla 6.1.

En la segunda opción permite seleccionar el valor del amortiguamiento que se considere más conveniente de acuerdo con la aplicación de los resultados, y escogerse entre la tabla de 98 periodos prefijados o de los valores que el usuario seleccione. En este caso, el programa preguntará el periodo inicial y final del intervalo a analizar, así como el incremento deseado entre dos valores consecutivos, hasta un máximo de 99 posibles.

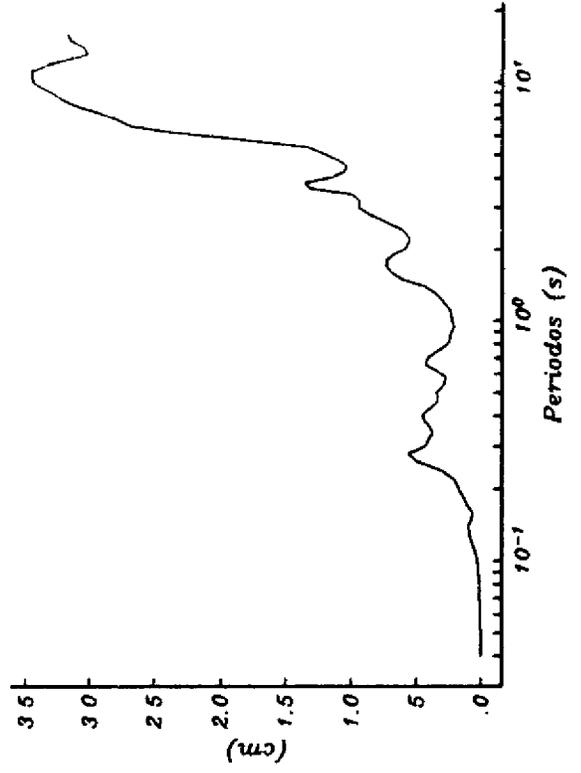
El programa calcula los espectros de aceleración absoluta, velocidad relativa y desplazamiento relativo, los cuales son almacenados por decisión del usuario al concluirse el proceso. Adicionalmente, es posible solicitar que algunos resultados parciales se presenten en pantalla conforme se vayan obteniendo.

Figura 6.2

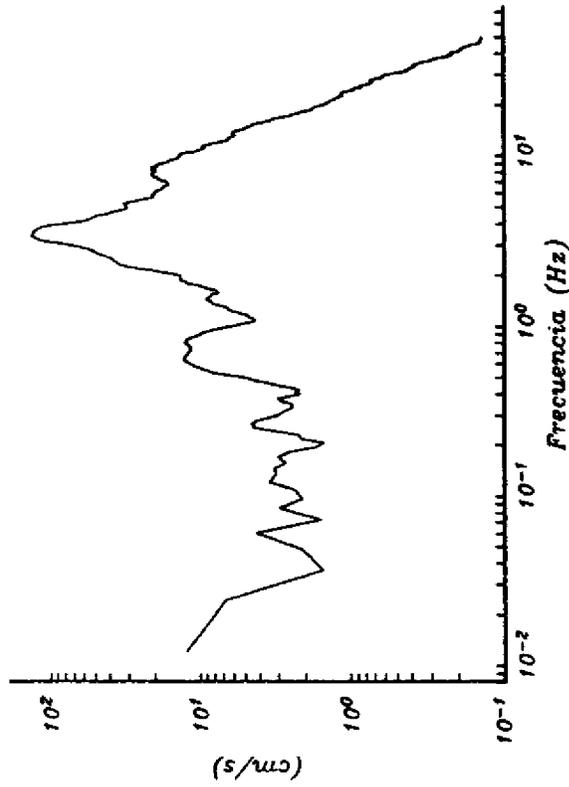
ACELERACION ABSOLUTA (5%)



DESPLAZAMIENTO RELATIVO (5%)



ESPECTRO DE FOURIER. ACAD890425AT



VELOCIDAD RELATIVA (5%)

