

2. ENSANCHAMIENTO DE ENVOLVENTES DE SISMOGRAMAS EN LA LITOSFERA ALEATORIAMENTE INHOMOGENEA BASADO EN LA APROXIMACION PARABOLICA: SURESTE DE HONSHU, JAPON (J. GEOPHYS. RES., 94, 17,735-17,747, 1989)

Resumen: Analizando las componentes horizontales de sismogramas de pequeños temblores con distancias hipocentrales intermedias en el sureste de Honshu, Japón, encontramos que las anchuras del tiempo de las envolventes de sismogramas alrededor de ondas S directas son mucho más largas que los tiempos de duración de la fuente, estimados a partir de sus magnitudes. Los tiempos de retraso de las amplitudes máximas y de la media máxima tras el pico, fueron medidos a partir del inicio del arribo de la onda S directa en sismogramas filtrados con pasabandas de 2 a 32 Hz. Aún cuando hay una dispersión considerable, se encuentra que ambos retrasos de tiempo se incrementan conforme aumenta la distancia hipocentral hasta 305 km. Nosotros trabajamos la hipótesis que la forma del pulso se ensancha y que la amplitud máxima se reduce después de propagarse a través de la estructura aleatoria de la litósfera. La aproximación parabólica predice teóricamente que las componentes de las inhomogeneidades de la velocidad de longitudes de onda largas, comparadas con las longitudes de onda de las ondas sísmicas, producen fluctuaciones de difracción y ensanchan las envolventes de los sismogramas, conforme la distancia de viaje se incrementa, en el régimen saturado. Suponiendo una función de auto-correlación Gaussiana para la aleatoriedad y una atenuación empírica dependiente de la frecuencia, proponemos una fórmula para el cambio temporal en la densidad espectral de poder de las ondas sísmicas. Aplicando esta fórmula a los datos observados, evaluamos estadísticamente la escala de las inhomogeneidades aleatorias: se estimó que la fluctuación media cuadrada fraccional de la velocidad es de 10^{-3} veces la distancia de correlación α , expresada en kilómetros.

2.1 INTRODUCCION

Los sismogramas de los temblores nos dan información no sólo acerca de los procesos de la fuente, sino también de las características de transferencia del medio terrestre. El enfoque convencional para estudios de la estructura ha sido un cuidadoso examen de las fases individuales de los sismogramas, para determinar un perfil de profundidad de fronteras de largo contraste de impedancia, en una estructura tridimensional de velocidades, a partir de los tiempos de arribo y de las diferencias de amplitud. Estos estudios nos dan una visión determinista de la inhomogeneidad de la Tierra.

Por otro lado, la atención de los sismólogos ha sido atraída por la variedad en los patrones de las envolventes de los sismogramas. La porción de la cola de los sismogramas después de la onda S directa se llama coda, la cual ha sido bien estudiada por más de una década, especialmente para temblores locales (Aki, 1969; Aki y Chouet, 1975; Kopnichev, 1975; Sato, 1977). La aparición de codas en los sismogramas ha sido interpretada como una evidencia de la existencia de inhomogeneidades aleatorias. Ha habido muchos estudios de las diferencias regionales de coda Q^{-1} y de la intensidad de dispersión (por ejemplo Sato 1978; Aki 1980). Una revisión

completa de los trabajos sobre codas fue hecha recientemente por Herraiz y Espinosa (1987).

Basándose en la teoría dispersiva de ondas vectoriales, Sato (1984a) simuló las envolventes de sismogramas de 3 componentes de alta frecuencia de temblores locales. Las ondas sísmicas radiadas desde el foco son dispersadas en su camino hasta la estación por inhomogeneidades aleatorias, alrededor del rayo que conecta el foco con la estación, y cuyas longitudes de onda son cortas comparadas con la longitud de onda sísmica. Aparecen entonces pseudo-fases P y S, aún en la dirección nodal, cerca de los tiempos de arribo de las ondas P o S predichos teóricamente. Esto es una resultante compleja del patrón de radiación de una dislocación cortante y de la naturaleza de las inhomogeneidades aleatorias. Sato (1984a,b, 1990) intentó explicar la excitación de coda y la atenuación de amplitud por medio de efectos de dispersión a través de inhomogeneidades aleatorias.

Aquí nos concentraremos en el hecho de que las componentes de las inhomogeneidades aleatorias de longitud de onda larga afectan fuertemente a las envolventes individuales de sismogramas, especialmente alrededor de la parte principal del sismograma y no tanto en la coda, cuando la distancia de viaje es suficientemente grande para el desarrollo de efectos de difracción. Las envolventes de sismogramas observadas, frecuentemente son del tipo de difusión, semejando más bien un huso, en lugar de tener una forma impulsiva, como predice un modelo de fuente simple (Tsujiura, 1988); el inicio de ondas directas no es abrupto, y existe un tiempo de retraso antes del arribo de la amplitud máxima. Aún cuando la duración de la porción principal de un sismograma es claramente mucho más grande que la duración de la fuente predicha de su magnitud, existen muy pocos estudios teóricos y observacionales sobre este tema.

El ensanchamiento de pulsos en medios aleatorios ha sido un tema importante en otros campos de la ciencia. Por ejemplo, los pulsos impulsivos de un láser de rubí con duración alrededor de 10^{-9} seg., se ensanchan hasta alrededor de 10^{-7} seg., después de pasar a través de 5 km de niebla típica, con fluctuaciones del índice de refracción (ver Ishimaru, 1978, p.325). Lee y Jokipii (1975) estudiaron el ensanchamiento de los pulsos de púlsares. El ensanchamiento de pulsos se ha estudiado en relación con fluctuaciones de la velocidad de onda a través de ondas internas para propagación de ondas acústicas en el océano, (Flatte et al., 1979; Reynolds et al., 1985; Flatte et al., 1985).

En la primera parte de este capítulo analizaremos los sismogramas de componente horizontal de temblores, con distancias hipocentrales intermedias, en el sureste de Honshu, Japón. El retraso en los arribos de los picos máximos a partir del inicio de las ondas S, y el ensanchamiento de las envolventes, son presentados como hechos observacionales. Adoptamos la caracterización de medio aleatorio para la litósfera, la cual es ampliamente utilizada en el análisis de coda o en el análisis de amplitudes y fluctuaciones de fase para ondas P telesísmicas detectadas con redes. Tal descripción del medio aleatorio es complementaria al modelado convencional de la estructura de capas. Suponiendo que la escala de las inhomogeneidades aleatorias es mucho mayor que la longitud de onda

de las ondas sísmicas, aplicamos la aproximación parabólica a la ecuación de onda. En la segunda parte, revisaremos brevemente las matemáticas del ensanchamiento del pulso, para el caso de una función de auto-correlación Gaussiana para la aleatoriedad. Proponemos una fórmula del ensanchamiento de las envolventes que adopta una atenuación empírica. Entonces, aplicamos esta fórmula a datos observados y evaluamos cuantitativamente la escala de las inhomogeneidades aleatorias.

En este capítulo, la velocidad de onda S y la fluctuación fraccional de la velocidad de la onda S están representadas por $V(x)$ y $\epsilon_V(x)$ respectivamente.

2.2 EL ENSANCHAMIENTO DE LA ENVOLVENTE COMO UN HECHO OBSERVACIONAL

Nosotros analizamos las componentes N-S de sismogramas de velocidad de temblores en el sureste de Honshu, Japón, registrados en la estación Ashio (triángulo en la Figura 1: 36.63° N, 139.46° E, altitud 755m), por el período de mayo 1987 a marzo de 1988. El sismógrafo, con frecuencia natural de 1 Hz, fue instalado sobre esquistos duros. Usamos una memoria digital pre-evento, con una velocidad de muestreo de 5 kHz con registro por disparo, sobre cintas magnéticas analógicas. Las señales sísmicas analógicas fueron pasadas por 5 circuitos eléctricos, cada uno de los cuales está compuesto serialmente de un filtro pasabanda de una octava de ancho y un amplificador de raíz media cuadrada (RMS), con un tiempo característico de suavizado del doble de cada período central, y en el que las frecuencias centrales fueron 2, 4, 8, 16 y 32 Hz (Obara y Sato, 1988). Estas salidas fueron registradas con un graficador de papel, a una velocidad de 1 mm/seg. El análisis de los datos fue hecho visualmente, sobre esos trazos RMS.

Seleccionamos sismogramas con distancias hipocentrales R (km) mayores que 80km, dado que podría haber un fuerte efecto de diferencias de patrón de radiación en temblores locales, como fue simulado por Sato (1984a). Para evitar reflexiones corticales, y especialmente reflexiones del Moho, fueron descartados los eventos con profundidades focales menores que 30km. La distribución usada de epicentros de 103 temblores, y una vista de la sección E-O de la distribución de hipocentros se muestra en las Figuras 1a y b respectivamente. Las profundidades focales varían entre 30 y 140km, las distancias epicentrales varían hasta 294km. Las localizaciones de los hipocentros fueron tomadas del trabajo rutinario de la red de observaciones de microtemblores de Kanto-Tokai (Hamada et al., 1985). De los estudios de sismicidad de microtemblores y de inversión tridimensional de velocidad (por ejemplo Ishida y Hasemi, 1988), esta región volumétrica aparece muy inhomogénea en el espacio tridimensional, dado que la placa Pacífica subduce hacia el Oeste, y la placa Filipina hacia el Noroeste.

El rango dinámico del sistema de registro causó que las magnitudes locales M_L de los eventos estudiados se concentraran en una pequeña banda

de magnitudes, con la magnitud central creciendo conforme la distancia hipocentral crece, como se grafica en la Figura 2. Las magnitudes locales variaron entre 2 y 4.5.

La Figura 3 muestra tres ejemplos de trazos RMS filtrados con pasabanda, correspondientes a diferentes distancias hipocentrales. Las barras, los círculos abiertos y los círculos cerrados muestran el arribo de las ondas S, los arribos de las amplitudes máximas, y de las amplitudes semi-máximas respectivamente. Los tiempos de retraso $t_p(s)$ entre las amplitudes máximas RMS y los inicios de los arribos de las ondas S directas, y los tiempos de retraso $t_q(s)$ de las amplitudes semi-máximas RMS (el cuarto máximo en el espectro de poder) fueron leídos a ojo de los trazos RMS. Los primeros y los últimos son graficados contra las distancias hipocentrales en la Figura 4, como símbolos abiertos y símbolos cerrados respectivamente, en escala logarítmica. Aunque hay una dispersión considerable, aparece una correlación positiva aún sin correcciones para la diferencia de patrones de radiación en cada banda de frecuencias. Las líneas finas discontinua y sólida son líneas de regresión. Sus coeficientes de regresión y los coeficientes de correlación se listan para cada banda de frecuencias en la Tabla 1. Los coeficientes de correlación para $\log t_q$ varían entre 0.6 y 0.74, y toman valores relativamente más grandes para el rango 4 a 16 Hz. Los coeficientes de correlación para $\log t_p$ toman valores menores, pero aún así muestran correlaciones positivas. Están alrededor de 0.58 para el rango 4 a 16 Hz. En todo caso la hipótesis de correlación cero se rechaza al nivel de significación del 1%, para todas las bandas de frecuencia, de acuerdo con la prueba estadística (Guttman et al., 1982). Los coeficientes de regresión lineal B_p y B_q toman valores positivos entre 1 y 2. Esto significa que el retraso en el arribo del pico se incrementa con la distancia hipocentral, y que la envolvente se ensancha con la distancia hipocentral. Por ejemplo t_p y t_q varían en forma amplia, 1-10s y 5-30s respectivamente, para $R = 200\text{km}$. Aquí nos concentramos en que el retraso del arribo de la máxima amplitud y en que el ensanchamiento de la envolvente del sismograma son mucho más grandes que el tiempo de duración de la fuente, estimado a partir de la magnitud local.

Para temblores corticales, la onda refractada en el Moho es seguida por la onda directa S que viaja a través de la corteza, y la amplitud de la segunda es mayor que la de la primera. Pero tales temblores, con profundidades focales menores que 30km, fueron excluidos del conjunto de datos utilizados aquí. Notemos que la profundidad del Moho se hace menor a 20 km hacia el Este de la costa Pacífica (Yoshii y Asano, 1972).

Estudiando los movimientos de partículas tridimensionales, justamente alrededor de las ondas S directas para temblores de esta área, observados con un sismómetro instalado en una perforación profunda, Matsumara (1981) encontró que las razones de aspecto dependían fuertemente de sus hipocentros. Esto significa que los trenes de ondas justamente alrededor de las ondas S directas no están afectados por la vecindad del sitio, sino por la dispersión alrededor de la trayectoria completa entre el sitio y el foco.

Las reflexiones múltiples en una estructura estratificada de velocidades muy superficial pueden incrementar la anchura de la envolvente. Pero en nuestro caso, el sismógrafo fue instalado en roca firme, sin ningún tipo de depósitos blandos. Las reflexiones producidas por una estructura de velocidades de capas múltiples, desde la corteza hasta una porción más profunda, podrían explicar que la duración observada sea mucho mayor que la duración de la fuente, pero este mecanismo no explicaría fácilmente el ensanchamiento de las envolventes de los sismogramas, conforme se incrementa la distancia hipocentral.

Aquí debemos recordar que la homogeneidad lateral no ha sido confirmada observacionalmente en altas frecuencias. Del perfil de contrastes de impedancia, utilizando VIBROSEIS de 8 a 32 Hz, el medio terrestre se ve muy heterogéneo sobre la escala de algunos kilómetros, y un modelo estratificado simple no es una representación adecuada de la mayor parte de las áreas, por lo menos en el continente (Oliver et al., 1983). Ahora cambiamos el punto de vista para la descripción del medio terrestre. La caracterización del medio aleatorio parece ser muy adecuada para la litósfera, como medio de propagación para ondas sísmicas de alta frecuencia, y complementaria a la descripción convencional de estructuras estratificadas. Tal descripción estadística para la litósfera ha sido bien adoptada en los estudios de atenuación y de coda (Aki, 1980; Sato, 1984a,b) o para análisis de ondas P telesísmicas hechos en los arreglos LASA y NORSAR (Aki, 1973; Capon, 1974; Berteussen et al., 1975; Vinik, 1981) basados en la teoría de Chernov (Chernov, 1960), y más recientemente por el uso de la aproximación parabólica (Flatte y Wu, 1988). En estos estudios se supone que la inhomogeneidad aleatoria se extiende a una profundidad de cerca de 100 km, con grandes inhomogeneidades a profundidades de 250 km, aún en una astenósfera con inhomogeneidades pequeñas. Aquí estudiamos las características de propagación de las ondas sísmicas, describiendo una litósfera con un espesor aproximado de 150 km como un medio aleatoriamente inhomogéneo.

2.3 APROXIMACION PARABOLICA

2.3.1 ECUACION DE ONDA

Imaginemos un paquete de ondas elásticas con número de onda k_c , propagándose a través de un medio elástico localmente isotrópico e inhomogéneo (Aki y Richards, 1980, p.729), como se ilustra esquemáticamente en la Figura 5. Para $z > 0$, las inhomogeneidades están caracterizadas por una longitud de correlación α (km). Suponemos que la longitud de onda es mucho menor que la longitud de correlación, $\alpha k_c \gg 1$. Entonces podemos ignorar las derivadas espaciales de los coeficientes de Lamé, y estamos justificados al describir la propagación de la onda por la ecuación de onda escalar para el campo potencial $u(x,t)$:

$$\left[\Delta - \frac{1}{V(x)^2} \partial_t^2 \right] u(x, t) = 0 \quad (1)$$

donde Δ es el Laplaciano y $V(x)$ (km/s) es la velocidad de la onda S. Aquí se ignora la conversión dispersiva entre ondas P y S, lo cual se justifica en la dispersión hacia adelante basada en la aproximación de Born. Richards (1974) estudió el caso de una pequeña conversión entre ondas P y S. Aquí introducimos una fluctuación fraccional del recíproco de la velocidad cuadrada como

$$\epsilon(x) = \frac{\frac{1}{V(x)^2} - \langle \frac{1}{V_0^2} \rangle}{\frac{1}{V_0^2}} \approx -2 \frac{V(x) - V_0}{V_0} = -2\epsilon_v(x) \quad (2)$$

donde $V_0 = \langle V(x) \rangle$. Los paréntesis angulares indican el promedio estadístico sobre un conjunto. ϵ es la fluctuación fraccional del índice de refracción, y ha sido usada frecuentemente en el estudio de la aproximación parabólica para ondas escalares (Ishimaru, 1978). Escribimos la media cuadrada (MS) de ϵ como

$$\epsilon_0^2 = \langle \epsilon(x)^2 \rangle \approx 4 \left\langle \left[\frac{V(x) - V_0}{V_0} \right]^2 \right\rangle = 4\epsilon_v^2 \quad (3)$$

donde ϵ_v es la fluctuación fraccional de la velocidad RMS. Entonces, la ecuación de onda (1) se escribe como

$$\left\{ \Delta - \frac{1}{V_0^2} [1 + \epsilon(x)] \partial_t^2 \right\} u(x, t) = 0 \quad (4)$$

Escribimos el campo de ondas u como una superposición de ondas planas U propagándose en la dirección z ,

$$u(x, \omega; t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \ U(x, \omega; \omega) e^{i(kz - \omega t)} \quad (5)$$

donde ω es un vector de desplazamiento en el plano transversal (x - y), ω es la frecuencia angular y $k = \omega/V_0$. Escribiendo el Laplaciano en el plano transversal, $\Delta_T = \partial_x^2 + \partial_y^2$, obtenemos la ecuación de onda en el dominio de frecuencias como

$$[2ik\partial_z + \Delta_T + k^2\epsilon]U + \partial_z^2 U = 0 \quad (6)$$

Bajo la condición de longitud de onda corta $\alpha kc \gg 1$, U debe ser una función que varíe lentamente con z sobre la distancia de una longitud de onda. Ignorando el último término, obtenemos

$$[2ik\partial_z + \Delta_T + k^2\epsilon]U = 0 \quad (7)$$

Esta es la llamada aproximación parabólica (Fock, 1950; McCoy, 1977, 1980; Ishimaru, 1978, p.408). Se sabe que la aproximación parabólica se aplica a la parte de la propagación hacia adelante, aún cuando haya alguna dispersión de ángulo grande presente. La geometría de las trayectorias de los rayos dispersados favorece la dispersión hacia adelante, alrededor del rayo directo, si se escoge una ventana de tiempo pequeña alrededor del arribo de la onda directa. Así, la aproximación de Born predice que la dispersión hacia adelante es dominante, cuando la longitud de correlación es mucho mayor que la longitud de onda.

Poniendo $\epsilon = 0$ en (7), obtenemos la ecuación de onda parabólica en un medio inhomogéneo para una fuente puntual:

$$[2ik\partial_z + \Delta_T]G_0(z, \omega) = -\delta(x) \quad (8)$$

La función de Green para esta ecuación es (Furustu, 1982, p.40)

$$G_0(z, \omega) = \frac{1}{4\pi z} e^{i\frac{k\omega^2}{2z}} \quad \text{PARA } z \geq 0$$

$$= 0 \quad \text{PARA } z < 0 \quad (9)$$

2.3.2 FUNCION DE CORRELACION DE DOS FRECUENCIAS

Sea la fluctuación ϵ estadísticamente homogénea y una variable aleatoria Gaussiana. Entonces la aleatoriedad está caracterizada por la función de autocorrelación $\langle \epsilon(x)\epsilon(x') \rangle$, que es una función de la diferencia $x-x'$, y $\langle \epsilon(x) \rangle = 0$. Definimos la función de autocorrelación transversa A , como una integral sobre z :

$$A(\omega - \omega') = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \epsilon(z, \omega) \epsilon(z', \omega') \rangle d(z - z') \quad (10)$$

La transformada de Fourier $\tilde{\lambda}$ con respecto al vector numero de onda transverso m es

$$A(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dm \tilde{\lambda}(m) e^{i\omega \cdot m} \quad (11)$$

En el caso de una función de autocorrelación Gaussiana, espacialmente isotrópica

$$\langle \epsilon(x) \epsilon(x') \rangle = \epsilon_0^2 e^{-\frac{|x-x'|^2}{a^2}} \quad (12)$$

obtenemos

$$A(\omega) = \sqrt{\pi} \epsilon_0^2 a e^{-\frac{\omega^2}{a^2}} \quad (13)$$

con el espectro

$$\tilde{\lambda}(m) = \sqrt{\pi^3} \epsilon_0^2 a^3 e^{-\frac{a^2 m^2}{4}} \quad (14)$$

donde $\omega = |\omega|$ y $m = |m|$. Demostraremos que la elección de la función de autocorrelación Gaussiana está fuertemente relacionada con el hecho de que el resultado sea independiente de la frecuencia.

Entonces, definimos la intensidad media I en $z = z_0$:

$$\begin{aligned} I(Z_0, \omega; t) &= \langle u(Z_0, \omega; t) u(Z_0, \omega; t)^* \rangle \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_2 \langle U(Z_0, \omega; \omega_1) U(Z_0, \omega; \omega_2)^* \rangle e^{-i\omega_d \left(1 - \frac{z_0}{r_0}\right)} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{donde } \omega_d = \omega_1 - \omega_2 \quad \text{y} \quad \omega_c = (\omega_1 + \omega_2)/2 \quad (16)$$

Aquí definimos la función de correlación de dos frecuencias (Ishimaru, 1978, p. 425) como

$$\Gamma(Z_0, \omega_1, \omega_2; \omega_1, \omega_2) = \langle U(Z_0, \omega_1; \omega_1) U(Z_0, \omega_2; \omega_2)^* \rangle \quad (17)$$

que representa la correlación entre U y U^* en diferentes coordenadas transversas a diferentes frecuencias. Poniendo, $\omega_1 = \omega_2 = 0$, calculamos la transformada de Fourier como:

$$G(Z_0, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d \Gamma(Z_0, 0, 0; \omega_1, \omega_2) e^{-i\omega_d(t-t_0)} \quad (18)$$

donde $t_0 = Z_0/v_0$ es el tiempo de viaje. Usando G , escribimos la intensidad I en $\omega = 0$ como

$$I(Z_0, 0; t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_c G(Z_0, t; \omega_c) \quad (19)$$

G es real y muestra el perfil de la onda (Lee y Jokipii, 1975) que caracteriza el cambio temporal en la densidad espectral de poder a la frecuencia angular ω_c en $z = Z_0$. Esto corresponde al cambio temporal en las amplitudes MS de sismogramas filtrados con pasabanda. Podemos decir, en forma aproximada, que G caracteriza la envolvente del sismograma, la cual es diferente de la envolvente calculada en forma rigurosa por el uso de la transformada de Hilbert. De aquí en adelante estudiaremos G bajo la condición inicial de una onda impulsiva $G = \delta(t)$ en $z = 0$, esto es,

$$\Gamma(z=0, \omega_1, \omega_2; \omega_1, \omega_2) = 1 \quad (20)$$

Podemos calcular la respuesta para cualquier tipo de entrada usando una integral de convolución. Puesto que suponemos que ϵ es una variable aleatoria Gaussiana (Ishimaru, 1978, p. 457-460), obtenemos

$$\begin{aligned} \langle \epsilon(z, \omega) U(z, \omega; \omega) \rangle = \\ \int_{-\infty}^{\infty} dz' \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \langle \epsilon(z, \omega) \epsilon(z', \omega') \rangle \langle \frac{\delta U(z, \omega; \omega)}{\delta \epsilon(z', \omega')} \rangle \end{aligned} \quad (21)$$

donde $\delta U / \delta \epsilon$ es una derivada funcional. Suponiendo que U obedece la ecuación de onda parabólica (7), e ignorando la retrodispersión, obtenemos

$$\frac{\delta U(z, \omega; \omega)}{\delta \epsilon(z', \omega')} = \frac{ik}{4} \delta(\omega - \omega') U(z, \omega'; \omega) \quad (22)$$

Usando (21) y (22), obtenemos la ecuación maestra para Γ (Ishimaru, 1978, p. 425; Lee, 1975):

$$\left\{ 2i\partial_z + \left[\frac{1}{k_1} \Delta_{\tau_1} - \frac{1}{k_2} \Delta_{\tau_2} \right] + \frac{i}{4} [(k_1^2 + k_2^2)A(0) - 2k_1 k_2 A(\omega_d)] \right\} \Gamma(z, \omega_1, \omega_2; \omega_1, \omega_2) = 0 \quad (23)$$

donde $\omega_d = \omega_1 - \omega_2$, $k_{1,2} = V_{1,2}/V_0$, y $\Delta_{\tau_{1,2}}$ son Laplacianos transversos referentes a las coordenadas transversas $\omega_{1,2}$.

2.3.3 ENSANCHAMIENTO DE UN PULSO DE BANDA ANGOSTA

Suponiendo que la anchura espectral de la onda incidente es angosta, alrededor de k_c , es decir, que sólo tenemos que considerar $|k_d| \ll k_c$, donde $k_{c,d} = \omega_{c,d}/V_0$. Podemos ignorar los términos de orden kd^3 . Conforme se incrementa la distancia viajada, las contribuciones provienen únicamente de distancias pequeñas ω_d . Por tanto, ignorando términos multiplicados por kd^2 y ω_d (Lee, 1975, p. 535, Ec. 22), obtenemos

$$\left\{ \partial_z + i \left[\frac{k_d}{2k_c^2} \right] \Delta_{\tau_d} + \frac{k_c^2}{4} [A(0) - A(\omega_d)] + \frac{k_d^2}{8} A(0) \right\} \Gamma = 0 \quad (24)$$

La dispersión en la aleatoriedad muestra dos efectos diferentes: fluctuación y expansión de los pulsos. La fluctuación es el cambio del tiempo medio de arribo de un pulso de una realización del ensamble a otra. La expansión es el ensanchamiento del pulso experimentado por la propagación a través de una sola realización. La contribución del cuarto término es

$$\Gamma_R = e^{-\frac{1}{8} k_d^2 A(0) x} \quad (25)$$

substituyendo esto en (18) obtenemos

$$G_x(Z_0, t; \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d \Gamma_R e^{-i\omega_d(t-t_0)} = \sqrt{\frac{2V_0^2}{\pi A(0)Z_0}} e^{-\frac{1}{2} \frac{4V_0^2}{A(0)Z_0} (t-t_0)^2} \quad (26)$$

Aquí recordemos que la fluctuación del tiempo de viaje MS, a una distancia de Z_0 , está dada por (Sato, 1984, Ec. 60)

$$\frac{A(0)Z_0}{4V_0^2} \quad (27)$$

Encontramos que GR no significa el ensanchamiento de la envolvente de ondas individuales, sino muestra el efecto de recorrido, el cuál es resultado de un promedio estadístico de las fluctuaciones de tiempo de viaje de distintos rayos sobre el plano trasverso en $z = Z_0$ (Lee y Jokipii, 1975, p. 538). Entonces, el cuarto término representa los efectos sobre el tiempo de viaje para una rayo, suponiendo que no es desviado. Los efectos de la desviación geométrica pueden ser grandes, dependiendo de la escala de tamaños de las variaciones en las direcciones transversal y longitudinal. Los primeros tres términos también contienen pequeños efectos de corrimiento. Estudios detallados de este problema fueron hechos por Codona et al., (1985), Reynolds et al., (1985) y Flatte et al., (1987).

Para el estudio del ensanchamiento de envolventes de ondas individuales, podemos ignorar el cuarto término. Esta eliminación corresponde exactamente a la sustracción de la fluctuación de tiempo de viaje debida a la fluctuación de velocidad de longitud de onda larga, en el cálculo de la atenuación de amplitud causada por pérdida dispersiva (Sato, 1984a). Finalmente obtenemos la siguiente ecuación maestra para Γ :

$$\left\{ \partial_z + i \left[\frac{k_d}{2k_c^2} \right] \Delta_{T_d} + \frac{k_c^2}{4} [A(0) - A(\omega_d)] \right\} \Gamma = 0 \quad (28)$$

Entonces, obtenemos la integral temporal

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dt G(Z_0, t; \omega_c) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d \Gamma(Z_0, 0, 0; \omega_1, \omega_2) e^{-i\omega_d(t-t_0)} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_d \delta(\omega_d) \Gamma(Z_0, \omega_d = 0; \omega_d) = \Gamma(Z_0, \omega_d = 0; \omega_d = 0) = 1 \end{aligned} \quad (29)$$

puesto que (28) nos da $\partial_z \Gamma = 0$ en $k_d = \omega_d = 0$. La integral de arriba es 1 en cualquier punto Z_0 bajo la condición inicial $\Gamma(z = 0) = 1$. Esto garantiza la conservación de la energía, puesto que ignoramos las pérdidas de energía debidas a retrodispersión en la derivación de (22). Esto sugiere que la altura del pulso decrece conforme la anchura del pulso aumenta, al incrementarse la distancia de viaje.

Aquí introducimos un parámetro adimensional Φ , que corresponde al parámetro de intensidad de dispersión de Flatte et al. (1979, p. 92):

$$\Phi^2 = \frac{1}{4} k_c^2 A(0) Z_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \epsilon_0^2 \alpha Z_0 k_c^2 = \sqrt{\pi} \epsilon_v^2 (\alpha k_c)^2 \left(\frac{Z_0}{\alpha} \right) \quad (30)$$

Φ^2 representa la variación MS en fase de una señal en el régimen de

fluctuaciones débiles. Ahora introducimos otro parámetro Λ , llamado el parámetro de difracción. Este es el promedio MS de la razón del radio de la primera zona de Fresnel, a la distancia hipocentral sobre la distancia de viaje (Flatte et al., 1979, p. 91):

$$\Lambda = \frac{Z_0}{6\alpha^2 k_c} = \frac{1}{6} \left(\frac{Z_0}{\alpha} \right) \left(\frac{1}{\alpha k_c} \right) \quad (31)$$

Este caracteriza al efecto de difracción causado por la extensión espacial. Podemos caracterizar la dispersión en el espacio $\Lambda - \Phi$ de acuerdo con Tatarskii (1977) y Flatte et al. (1979). En un régimen de difracción fuerte $\Lambda > 1$, $\Phi = 1$ es la frontera entre el régimen saturado (fluctuación fuerte) y el régimen no saturado (fluctuación débil). $\Phi = 1$ significa que las fluctuaciones de fase RMS se acercan a la unidad. Aún en una pequeña región de difracción $\Lambda < 1$, la fluctuación está saturada si $\Lambda\Phi^2 > 1$. Rigurosamente, el régimen saturado está dividido en el régimen parcialmente saturado (micro-trayectorias correlacionadas) y el régimen completamente saturado (micro-trayectorias no correlacionadas) (ver Flatte et al., 1979, p. 128; Codona et al., 1986).

En el régimen no saturado, la deformación de la envolvente del pulso, a través del medio aleatorio, ha sido bien estudiada, pero no se ha encontrado retraso del pico de amplitud máxima respecto al inicio (Uscinski, 1974, 1977).

En el régimen saturado, la longitud de correlación en el plano trasverso se hace menor conforme la distancia viajada se incrementa (Uscinski, 1977, p. 34). Puesto que únicamente valores pequeños de w_d contribuyen, podemos expandir A como

$$A(0) - A(w_d) \approx \sqrt{\pi} \epsilon_0^2 \alpha \left(\frac{w_d}{\alpha} \right)^2 \quad \text{PARA } w_d \ll \alpha \quad (32)$$

Introduciendo los parámetros adimensionales η y ξ como

$$z = Z_0 \eta \quad \text{Y} \quad w_d = C \xi \quad (33)$$

con $0 \leq \eta \leq 1$ y $0 \leq \xi < \infty$, obtenemos la ecuación maestra adimensional para Γ a partir de (28) como

$$\left[\partial_\eta + iS \left(\frac{1}{\xi} \partial_\xi + \partial_\xi^2 \right) + \xi^2 \right] \Gamma = 0 \quad (34)$$

Aquí s es la razón espectral:

$$s = \frac{k_d}{k_M} = \frac{\omega_d}{\omega_M} \quad (35)$$

k_M es el número de onda característico:

$$k_M = \frac{2k_c^2 C^2}{Z_0} \quad (36)$$

y C es la longitud de correlación en el plano trasverso:

$$C = a \sqrt{\frac{4}{\sqrt{\pi} \epsilon_0^2 a Z_0 k_c^2}} = \frac{a}{\Phi} \quad (37)$$

El tiempo característico se escribe como

$$\begin{aligned} t_M &= \frac{1}{\omega_M} = \frac{1}{V_0 k_M} = \frac{Z_0}{2V_0 k_c^2 C^2} = \frac{\sqrt{\pi} \epsilon_0^2}{8 a V_0} Z_0^2 = \frac{\sqrt{\pi} \epsilon_v^2}{2 a V_0} Z_0^2 \\ &= \frac{3}{\omega_c} \Lambda \Phi^2 = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{1}{2f_c} \cdot \Lambda \Phi^2 \end{aligned} \quad (38)$$

Cuando $\Lambda \Phi^2 > 1$, el tiempo característico es más grande que el semi-periodo $1/(2f_c)$. La cantidad $\Lambda \Phi^2$ representa por sí misma el tiempo característico, el cual se incrementa con la distancia y con la magnitud de la inhomogeneidad, pero decrece con la longitud de correlación. Notemos que t_M es independiente de la frecuencia. A continuación podemos reemplazar Z_0 con la distancia hipocentral R .

Resolviendo (34) bajo la condición inicial $\Gamma(\eta=0, \xi=0; s) = 1$ obtenemos $\Gamma(\eta=1, \xi; s)$ y entonces

$$G(Z_0, t; \omega_c) = \frac{1}{2\pi t_M} \int_{-\infty}^{\infty} ds \Gamma(\eta=1, \xi=0, s) e^{-i\omega_c s} \quad (39)$$

donde $\tau = (t-t_0)/t_M$ (40)

Para la función de autocorrelación Gaussiana, Γ ha sido resuelta analíticamente (Sreenivasiah et al., 1976; Hong e Ishimaru, 1976; Ishimaru, 1978, p. 322, Ec. 15-131):

$$\Gamma(\eta=1, \xi=0, s) = \text{sech} \left[2\sqrt{s} \exp\left(i\frac{3\pi}{4}\right) \right] \quad (41)$$

Utilizando la expansión parcial fraccional de la sech y la integral residual, obtenemos

$$G(Z_0, t; \omega_c) = \frac{\pi}{4t_M} H(t-t_0) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1) e^{-\left[\frac{(2n+1)\pi}{4}\right]^2 \frac{(t-t_0)}{t_M}} \quad (42)$$

Podemos confirmar la conservación de energía para (42) usando la fórmula

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} = \frac{\pi}{4} \quad (43)$$

Graficamos $\tau \cdot G$, dada por (42), como función de τ en la curva superior, indicada por $Q_s^{-1} = 0$, en la Figura 6. Esta curva muestra correctamente un retraso del arribo del pico y del ensanchamiento de la envolvente. De esta cruva obtenemos

$$t_p \approx 0.67t_M \quad \text{y} \quad t_q \approx 3.11t_M \quad (44)$$

Substituyendo (38) en (44), encontramos que tanto t_p como t_q son proporcionales al cuadrado de la distancia hipocentral. Estos resultados contradicen cuantitativamente las observaciones de que B_p y B_q son menores que 2 como se indica en la Tabla 1 y se muestra en la Figura 4.

Introduciendo el factor de atenuación, podemos resolver esta discrepancia. Adoptemos que Q_s^{-1} dependa de la frecuencia f en Hz, de acuerdo con Sato (1984a, Ec. 41b):

$$Q_s^{-1} = 0.014f^{-1}, \text{ esto es } b = 2\pi f \cdot Q_s^{-1} \approx 0.088 \text{ s}^{-1} \quad (45)$$

entonces la curva de respuesta se modifica a $G(Z_0, t) \exp(-bt)$. El término $\exp(-bt)$ puede ser escrito como $\exp(-b t_0 - b t \pi \tau)$, donde el término $\exp(-b t_0)$ modifica la ganancia por sí mismo. Ignoramos diferencias de amplitud atribuibles a la expansión geométrica de la onda de cuerpo. Puesto que $\tau \pi$ se incrementa con R , t_q es afectada mucho mas fuertemente por el incremento de R que t_p . La Figura 6 muestra gráficas de $\tau \cdot G \exp(-b t \pi \tau)$ contra τ para diferentes $\tau \pi$. Leyendo t_p y t_q de esas curvas, graficamos t_p y t_q contra $\tau \pi$ en escala logarítmica, en la Figura 7. Las líneas punteadas y sólidas son respectivamente líneas de regresión lineal para t_p entre 0.6s y 13s, y para t_q entre 2.8s y 30s:

$$\begin{aligned} \log t_p &= (-0.167 \pm 0.018) + (0.857 \pm 0.020) \log t_M \\ \log t_q &= (0.493 \pm 0.030) + (0.682 \pm 0.033) \log t_M \end{aligned} \quad (46)$$

Substituyendo (38), (3) y $V_0 = 4\text{km/s}$ en (46), obtenemos

$$\begin{aligned} \log t_r &= -0.728 + 0.857 \log\left(\frac{\epsilon_v^2}{\alpha}\right) + 1.714 \log R \\ \log t_q &= 0.047 + 0.682 \log\left(\frac{\epsilon_v^2}{\alpha}\right) + 1.364 \log R \end{aligned} \quad (47)$$

Así, la introducción del efecto de atenuación (45) reduce los coeficientes de regresión de $\log R$ a valores menores que 2. Las fórmulas resultantes (47), son independientes de la frecuencia.

2.4 EVALUACION CUANTITATIVA DE LAS INHOMOGENEIDADES ALEATORIAS

Aplicando las líneas de regresión resultantes de la aproximación parabólica (47) a los datos observados, graficados en las Figuras 4, evaluamos $\log(\epsilon_v^2/\alpha)$ para cada una de las bandas de frecuencias listadas en la Tabla 2. Resultan tener aproximadamente el mismo valor para diferentes bandas de frecuencia entre 2 y 32 Hz. Tomando el promedio para todas las frecuencias, independientemente de t_p o t_q , obtenemos

$$\log(\epsilon_v^2/\alpha) = -2.98 \pm 0.32 \quad (48)$$

El histograma de $\log(\epsilon_v^2/\alpha)$ se muestra en la Figura 8. La relación resultante (48) se grafica en la Figura 9, donde la región punteada muestra la desviación estándar. Sustituyendo (48) en (47) obtenemos

$$\begin{aligned} \log t_r &= -3.28 + 1.71 \log R \\ \log t_q &= -1.99 + 1.36 \log R \end{aligned} \quad (49)$$

Las líneas gruesas discontinuas y las líneas gruesas sólidas en la Figura 4 representan respectivamente a t_p y t_q , dados por (49).

Aquí confirmamos si los datos analizados con la inhomogeneidad evaluada satisfacen o no las condiciones de aplicación para la aproximación parabólica y el régimen saturado. En la Figura 10 hacemos una gráfica logarítmica de la razón de la distancia hipocentral a la longitud de correlación R/α , como función de la razón de la distancia de correlación a la longitud de onda αk_c en la figura 10, donde $\bar{x} = \log(\alpha k_c)$ y $\bar{y} = \log(R/\alpha)$. El conjunto de datos analizados en este trabajo están contenidos en la caja: 2-32 Hz y 80-305 km. A dos Hz, suponiendo $V_0 = 4 \text{ km/s}$, obtenemos $k_c = \pi$. Para satisfacer la aplicación parabólica $\alpha k_c > 10 \gg 1$ ($\bar{x} > 1$), ponemos $\alpha > 3.2 \text{ km}$. El régimen saturado está dado por $\Phi^2 > 1$, para $\Lambda > 1$ y $\Lambda \Phi^2 > 1$ para $\Lambda < 1$. Dos fronteras están dadas por

$$\bar{y} = -2\bar{x} - \log \epsilon_v^2 - \log \sqrt{\pi} \quad \text{for } \Phi^2 = 1 \quad (50)$$

$$\bar{y} = -\frac{1}{2}\bar{x} - \frac{1}{2}\log \epsilon_v^2 - \frac{1}{2}\log \frac{\sqrt{\pi}}{\delta} \quad \text{PARA } \Delta \phi^2 = 1 \quad (51)$$

A 2Hz ($\bar{x} = \log \pi \alpha$), 80km debe ser mas grande que la distancia mínima R_{\min} para el regimen saturado dado por (51):

$$\log \frac{R_{\min}}{\alpha} = -\frac{1}{2}\log \pi \alpha - \frac{1}{2}\log \epsilon_v^2 - \frac{1}{2}\log \frac{\sqrt{\pi}}{\delta} \quad (52)$$

Substituyendo (48) en (52) obtenemos

$$R_{\min} = 10^{1.51 \pm 0.16} \text{ km} = 32 \text{ (DE 22 A 46) km} \quad (53)$$

La distancia hipocéntral mínima 80 km del conjunto de datos analizados es mayor que R_{\min} . Entonces, la aproximación parabólica es válida y el conjunto de datos analizados se encuentra en el régimen saturado. Tomamos la cota inferior de α como 3.2km y la cota superior como 22km, el valor inferior de R_{\min} en la gráfica de la Figura 9.

2.5 SUMARIO Y DISCUSION

Se estudió el ensanchamiento de las envolventes de los sismogramas en relación a la inhomogeneidad aleatoria en la litósfera bajo el sureste de Honshu, Japón. Se analizaron los trazos RMS, filtrados con pasabanda, de las componentes horizontales de sismogramas de 103 temblores, para bandas de frecuencia de 2 a 32 Hz. Encontramos una buena correlación entre los retrasos de tiempo de los picos máximos, medidos a partir de los inicios de las ondas S directas, y las distancias hipocentrales en sus gráficas logarítmicas, aún cuando la dispersión es grande. También encontramos que la anchura de la envolvente se incrementa conforme crece la distancia hipocentral. Suponiendo que la longitud de correlación α es mucho mayor que la longitud de onda de las ondas sísmicas, calculamos teóricamente el cambio temporal en la densidad espectral de poder y mostramos que las formas impulsivas se ensanchan y que la amplitud máxima se reduce, después de viajar a través de medios aleatoriamente inhomogéneos por efectos de difracción, basados en la aproximación parabólica. Adoptando una función de autocorrelación Gaussiana para la aleatoriedad y una atenuación empírica dependiente de la frecuencia, explicamos correctamente, en forma cuantitativa, tanto el retraso del arribo del pico máximo, como el ensanchamiento de la envolvente del sismograma, conforme se incrementa la distancia hipocentral. La fluctuación fraccional MS de la velocidad se evalúa como 10^{-3} veces la distancia de correlación α en km

Los círculos cerrados y los círculos abiertos de la Figura 9 fueron estimados a partir de los análisis espectrales de la atenuación de amplitud de ondas S, y de la excitación de coda (Sato, 1984a, b, 1990). La primera y la última fueron evaluadas usando las funciones de autocorrelación exponencial y de von Karman respectivamente. Estas medidas

detectan las componentes de longitud de onda corta, comparada con las medidas de difracción, de las inhomogeneidades aleatorias. Los triángulos sólidos y abiertos muestran la escala de la inhomogeneidad bajo LASA, evaluada del análisis de red de ondas P telesísmicas de Aki (1973) y Capón (1974). Sus evaluaciones de α son mayores que las de este estudio. Wu y Aki (1988) revisaron recientemente las estimaciones de c_v y de α , por medio de distintos tipos de métodos.

Para el cálculo del ensanchamiento de las envolventes de los sismogramas debido a efectos de difracción, ignoramos pérdidas dispersivas por retrodispersión y mas adelante adoptamos una atenuación empírica dependiente de la frecuencia. Pero ésto no niega a la dispersión como un mecanismo de atenuación. Es posible interpretar la atenuación adoptada aquí como el resultado de pérdidas dispersivas debidas a inhomogeneidades con longitudes de onda más cortas: las inhomogeneidades de velocidad con longitudes de onda más largas producen efectos de difracción y ensanchamiento de las envolventes; las inhomogeneidades elásticas con longitudes de onda mas cortas atenúan las amplitudes de onda y excitan las ondas de coda.

La gráfica de $\log t_p$ contra $\log R$ en la Figura 4 muestra una dispersión considerable. En este estudio se compuso un ensamble estadístico de las trayectorias de los rayos para todas las direcciones. Las diferencias regionales en la intensidad de dispersión y en los efectos de difracción pueden incrementar la dispersión de los datos. Tendremos que examinar las características de la envolvente en relación a las direcciones de los rayos y a las localizaciones de los hipocentros.

Como paso siguiente, la curva teórica $G \exp(-bt)$ será ajustada a la componente SH de los sismogramas para la evaluación de c_v , α y Q_s^{-1} por inversión. Se planea estudiar la envolvente de sismogramas apilados y compararlos con los derivados aquí teóricamente. Entonces se obtendrá una cantidad mayor de información sobre la aleatoriedad que en este trabajo preliminar.

Las envolventes de los sismogramas de eventos más profundos y distantes ($R > 305\text{km}$), ocurridos a lo largo de la subducción de la placa Pacífica, y que no son estudiados en este artículo, muestran características diferentes. Tendremos que estudiar las características de la envolvente de eventos profundos adoptando el entorno tectónico especial en esta área.

Aplicamos la aproximación parabólica para el caso de ondas planas a los datos observados; sin embargo, necesitamos desarrollar la teoría parabólica para un pulso proveniente de una fuente puntual de dislocación cortante, inmersa en un medio infinito.

El ensanchamiento de los pulsos fue bien estudiado en forma analítica, para una función Gaussiana de autocorrelación, y en forma numérica para un Espectro de Kolmogorov (Shishov, 1974). Furutsu (1982, p.149), estudió este problema basándose en el principio variacional, y Williamson (1972, 1975) lo estudió numéricamente para valores intermedios

de Φ^2 , aplicando métodos de Monte Carlo a la teoría de rayos. En el apéndice mostraremos como la respuesta de la envolvente depende de la forma funcional de la función de autocorrelación y discutiremos su dependencia de la frecuencia.

2.6 APENDICE

Aquí estudiamos el ensanchamiento del cambio temporal en la densidad espectral de poder, para una función de autocorrelación mas general. Para $\Phi^2 \gg 1$, describimos el comportamiento de A como

$$A(0) - A(\omega_d) \approx D \epsilon_0^2 \alpha \cdot \left(\frac{\omega_d}{\alpha} \right)^p \quad \text{for } \omega_d \ll \alpha \quad (\text{A1})$$

Este está caracterizado por cuatro parámetros ϵ_0^2 , α , D y p . $D = \sqrt{\pi}$ y $p = 2$ para una función de autocorrelación Gaussiana, como la dada por (32), $p = 5/3$ para un espectro de Kolmogorov y $D = 2$ y $p = 1$ para una función exponencial de autocorrelación. Aquí se estudian numéricamente los casos para $1 \leq p \leq 2$.

La ecuación adimensional maestra para Γ (34) se modifica como

$$\left[\partial_\eta + i s \left(\frac{1}{\xi} \partial_\xi + \partial_\xi^2 \right) + \xi^p \right] \Gamma = 0 \quad (\text{A2})$$

La longitud característica en el plano transverso es

$$C = \alpha \left[\frac{4}{D \epsilon_0^2 \alpha Z_0 k_c^2} \right]^{\frac{1}{p}} \quad (\text{A3})$$

y el tiempo característico es

$$t_M = \frac{1}{V_0 k_M} = \left(\frac{1}{V_0} \right) 2^{-1 - \frac{1}{p}} D^{\frac{2}{p}} \epsilon_0^{\frac{4}{p}} \alpha^{\frac{2}{p} - 2} k_c^{\frac{4}{p} - 2} Z_0^{\frac{2}{p} + 1} \quad (\text{A4})$$

Este tiene una correlación positiva con la magnitud de las inhomogeneidades, la distancia viajada y con la frecuencia, conforme p se hace menor que 1.

En lugar de resolver directamente la ecuación maestra (A2), hacemos una transformación de acuerdo con Lee y Jokipii (1975, p. 542):

$$\eta = s^{-\frac{p}{2+p}} \eta' \quad \text{and} \quad \xi = s^{\frac{1}{2+p}} \xi' \quad (\text{A5})$$

Entonces, reescribimos la ecuación maestra (A2), como una ecuación diferencial parcial con coeficientes constantes y potencia p :

$$\left[\partial_{\eta'} + i \left(\frac{1}{\xi'} \partial_{\xi'} + \partial_{\xi'}^2 \right) + \xi'^{-p} \right] \Gamma' = 0 \quad (A6)$$

La condición inicial es $\Gamma'(\eta' = 0, \xi'; s) = 1$ y

$$\Gamma(\eta = 1, \xi; s) = \Gamma' \left(\eta' = s^{\frac{p}{2-p}}, \xi' = s^{-\frac{1}{2-p}\xi} \right) \quad (A7)$$

Podemos obtener una curva Γ' como función de s , cambiando η' continuamente. Sobre el eje ξ' , el intervalo (0,5) se divide en 50 segmentos. La ecuación maestra se integra bajo la condición de frontera $\partial_{\xi'} \Gamma = 0$ en ambos extremos. Haciendo una segmentación igual, no para s , sino para η' ($\Delta\eta' = 0.01$), integramos la ecuación de evolución. Puesto que $\Delta s = \frac{2-p}{p} \eta'^{\frac{1}{2-p}} \Delta\eta'$, la segmentación es densa para s cerca de cero y gruesa conforme s se incrementa. La Figura A1 muestra las resultantes $\text{Re}\Gamma$ e $\text{Im}\Gamma$.

El cambio temporal en la densidad espectral de poder G se calcula haciendo la transformada de Fourier de Γ respecto a τ entre 0 y 5, con un intervalo de 0.01. La Figura A2 muestra la gráfica de $\text{Im}G$ contra τ para diferentes valores de p . Conforme p decrece, G se hace mas picuda.

Para comprobar la confiabilidad de estos cálculos numéricos, mostramos la comparación entre los resultados numéricos y las soluciones analíticas de Γ y de G para $p = 2$ en las tablas A-1 y A-2, respectivamente. Para cada valor de p , se leen el arribo del pico máximo, a partir del inicio t_p , y aquél de la potencia cuarto-de-máximo t_q . Estos valores y sus razones se grafican en la Figura A-3. La razón se incrementa conforme p tiende a 1. Tanto t_p como t_q tienen la misma dependencia de la frecuencia que $\text{Im}(p)$, dada por (A4). Son independientes de la frecuencia, especialmente para $p = 2$, pero muestran una fuerte dependencia de la frecuencia cuando p se reduce a 1.

2.7 REFERENCIAS

- Aki, K., Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves, *J. Geophys. Res.*, 74, 615-631, 1969.
- Aki, K., Scattering of P waves under the Montana LASA, *J. Geophys. Res.*, 78, 1334-1346, 1973.
- Aki, K., Scattering and attenuation of shear waves in the lithosphere, *J. Geophys. Res.*, 85, 6496-6504, 1980.
- Aki, K. and B. Chouet, Origin of coda waves; source, attenuation and scattering, *J. Geophys. Res.* 80, 3322-3342.
- Aki, K. and P. G. Richards, *Quantitative Seismology*, pp. 1-932, W. H. Freeman and Co., San Francisco, Calif., 1980.
- Berteussen, K. A., A. Christofferson, E. S. Husebye, and A. D. Dahle (1975), Wave scattering theory in analysis of P wave anomalies at NORSAR and LASA, *J. R. astron. Soc.*, 42, 403-417, 1975.
- Capon, J., Characterization of crust and upper mantle structure under LASA as a random medium, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 64, 235-266, 1974.
- Codona, J. L., D. B. Creamer, S. M. Flatte, R. G. Frehlich, and F. S. Henyey, Average arrival time of wave pulses through continuous random media, *Phys. Rev. Lett.*, 55, 9-12, 1985.
- Chernov, L. A., *Wave propagation in a random medium*, McGraw-Hill, New York, pp. 35-57 and 84-124, 1960.
- Flatte, S. M., R. Dashen, W. H. Munk, K. M. Watson, and F. Zachariasen, *Sound Transmission Through a Fluctuating Ocean*, Cambridge Univ. Press, New York, 1-299, 1979.
- Flatte, S. M., A. Reynolds, and R. Dashen, Path-integral treatment of intensity behavior for rays in a sound channel, *J. Acoust. Soc. Am.*, 82, 967-972, 1987.
- Flatte, S. M., and R. S. Wu, Small-scale structure in the lithosphere and asthenosphere deduced from arrival time and amplitude fluctuations at NORSAR, *J. Geophys. Res.*, 93, 6601-6614, 1988.
- Fock, V. A., Theory of radio-wave propagation in an inhomogeneous atmosphere for a raised source, *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Fiz.*, 14, 70, 1950.
- Furutsu, K., *Wave Propagation in Random Media* (in Japanese), Iwanami Press, Tokyo, 1-220, 1982.
- Guttman, I., S. S. Wilks, L. S. Hunter, *Introductory Engineering Statistics*, 3rd ed., Wiley, New York, 1982.
- Hamada, K., M. Ohtake, Y. Okada, S. Matsumura, and H. Sato, A high quality digital network for micro earthquake and ground tilt observation in the Kanto-Tokai area, Japan, *Earthquake Predict. Res.*, 3, 447-469, 1985.
- Herrera, M. and A. F. Espinosa, Coda waves: a review, *Pure Appl. Geophys.*, 125, 499-577, 1987.
- Hong, S. T. and A. Ishimaru, Two frequency mutual coherence function, coherence, band-width, and coherence time of millimeter and optical waves in rain, fog, and turbulence, *Radio Sci.*, 11, 551-559, 1976.
- Ishida, M. and A. H. Hasemi, Three dimensional fine velocity structure and hypocentral distribution of earthquakes beneath the Kanto-Tokai district, Japan, *J. Geophys. Res.*, 93, 2076-2094, 1988.
- Ishimaru, A., *Wave propagation and scattering in random media*, Vol. 1 and 2, Academic Press, New York, pp. 1-572, 1978.
- Kopnitshev, Y. F., A model of generation of the tail of the seismogram (in Russian), *Dokl. Akad. Nauk, USSR*, 222, 333-335, 1975.
- Lee, L. C. and J. R. Jokipii, Strong scintillations in astrophysics II. A theory of temporal broadening of pulses, *Astrophys. J.*, 201, 532-543, 1975.
- McCoy, J. J., A parabolic theory of stress wave propagation through inhomogeneous linearly elastic solids, *Trans. ASME*, Sep., 462-468, 1977.
- McCoy, J. J., Parabolic wave theories and some recent applications, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 21, 126-133, 1980.
- Matsumura, S., Three dimensional expression of seismic particle motions by the trajectory ellipsoid and its application to the observational data in the Kanto district, Japan, *J. Phys. Earth*, 29, 221-239, 1981.
- Obara, K. and H. Sato, Existence of an S wave reflector near the upper plane of the double seismic zone beneath the southern Kanto district, Japan, *J. Geophys. Res.*, 93, 15037-15045, 1988.
- Oliver, J., F. Cook, and L. Brown, COCORP and the continental crust, *J. Geophys. Res.*, 88, 3329-3347, 1983.
- Reynolds, S. A., S. M. Flatte, R. Dashen, B. Buehler and P. Maciejewski, AFAR measurements of acoustic mutual coherence functions of time and frequency, *J. Acoust. Soc. Am.*, 77, 1723-1731.
- Richards, P. G., Weakly coupled potentials for high frequency elastic waves in continuously stratified media, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 6, 1575-1588, 1974.
- Sato, H., Energy propagation including scattering effect: single isotropic scattering approximation, *J. Phys. Earth*, 25, 27-41, 1977.
- Sato, H., Mean free path of S waves under the Kanto district of Japan, *J. Phys. Earth*, 26, 185-198, 1978.
- Sato, H., Attenuation and envelope formation of three component seismograms of small local earthquakes in randomly inhomogeneous lithosphere, *J. Geophys. Res.*, 89, 1221-1241, 1984a.

- Sato, H., Scattering and attenuation of seismic waves in the lithosphere: Single scattering theory in a randomly inhomogeneous medium (in Japanese), Rep. Natl. Res. Ctr. Disast. Prev., 33, 101-186, 1984b.
- Sato, H., Unified approach to amplitude attenuation and coda excitation in the randomly inhomogeneous lithosphere, Pure Appl. Geophys., 132, 93-121, 1990.
- Shishov, V. I., Effect of refraction on scintillation characteristics and average pulse shape of pulsers, Sov. Astron. J., 17, 598-602, 1974. Sreenivasiah, I., A. Ishimaru, and T. S. Hong, Two frequency mutual coherence function and pulse propagation in a random medium: an analytic solution to the plane wave case, Radio Science, 11, 775, 1976.
- Sreenivasiah, I., A. Ishimaru, and T. S. Hong, Two frequency mutual coherence function and pulse propagation in a random medium: an analytic solution to the plane wave case, Radio Science, 11, 775, 1976.
- Tsujura, M., Characteristic Seismograms, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo, Sup. 5, 1-212, 1988.
- Uscinski, B. J., The propagation and broadening of pulses in weakly irregular media, Proc. R. Soc. Lond. A, 336, 379-392, 1974.
- Uscinski, B. J., The elements of wave propagation in random media, McGraw-Hill Int. Book Comp., New York., pp. 1-153, 1977.
- Vinik, L. P., Evaluation of the effective cross section of scattering in the lithosphere, Phys. Earth Planet. Inter., 26, 268-284, 1981.
- Williamson, I. P., Pulse broadening due to multiple scattering in the interstellar medium, Mon. Not. R. astr. Soc., 157, 55-71, 1972.
- Williamson, I. P., The broadening of pulses due to multi-path propagation of radiation, Proc. R. Soc. Lond. A., 342, 131-147, 1975.
- Wu, R. S. and K. Aki, Seismic wave scattering in three-dimensionally heterogeneous earth, Pure Appl. Geophys., 128, 1-6, 1988.
- Yoshii, T. and S. Asano, Time term analysis of explosion seismic data, J. Phys. Earth, 20, 47-58, 1972.

2.8 TABLAS

Tabla 1. Medias y desviaciones estándar de los coeficientes de regresión lineal para los datos observados: $\log t_{p,q}(s) = A_{p,q} + B_{p,q} \cdot \log R(\text{km})$. Las líneas finas discontinuas y sólidas de la Figura 4 corresponden a t_p y t_q respectivamente. C.C. es el coeficiente de correlación.

Frec.	A_p	B_p	C.C.	A_q	B_q	C.C.
2Hz	-2.44+0.59	1.36+0.27	0.48	-2.94+0.55	1.82+0.26	0.63
4Hz	-2.90+0.47	1.55+0.22	0.58	-2.73+0.41	1.68+0.19	0.66
8Hz	-2.88+0.47	1.54+0.22	0.58	-3.00+0.36	1.80+0.17	0.74
16Hz	-3.01+0.49	1.59+0.23	0.59	-2.78+0.37	1.72+0.17	0.72
32Hz	-2.43+0.83	1.35+0.40	0.45	-1.46+0.49	1.12+0.23	0.60

Tabla 2. Medias y desviaciones estándar de $\log (\epsilon v^2 / \alpha(\text{km}))$, evaluada a partir del análisis de las relaciones de $t_p - R$ y $t_q - R$ (ver el histograma de la Figura 8).

Frec.	De t_p	De t_q
2Hz	-2.88+0.35	-2.94+0.39
4Hz	-2.94+0.30	-3.07+0.34
8Hz	-2.93+0.30	-3.10+0.30
16Hz	-2.96+0.29	-3.04+0.28
32Hz	-2.87+0.28	-2.94+0.21
2-32Hz	-2.98+0.32	

Tabla A-1. Comparación entre los resultados numéricos y analíticos para $p = 2$ (ver Figura A-1).

$s\left(-\frac{k_v}{k_w}\right)$	Re Γ		Im Γ	
	Numerico	Analítico	Numerico	Analítico
0.250	0.8237	0.8212	0.4035	0.4272
0.504	0.5173	0.4934	0.5678	0.5913
1.000	0.1200	0.0901	0.5091	0.5072
1.988	-0.1054	-0.1167	0.2623	0.2497

Tabla A-2. Comparación entre los resultados numéricos y analíticos para $p = 2$ (ver Figura A-2).

τ	$l_{\mu} \cdot G$		Error Absoluto
	Numerico	Analítico	
0.1	0.014	0.002	0.013
0.2	0.110	0.085	0.025
0.4	0.394	0.366	0.028
0.63	0.477 <i>Max</i>	0.461	0.016
0.67	0.475	0.463 <i>Max</i>	0.012
0.8	0.460	0.452	0.008
1.0	0.417	0.415	0.002
2.0	0.220	0.229	-0.009
4.0	0.060	0.067	-0.007

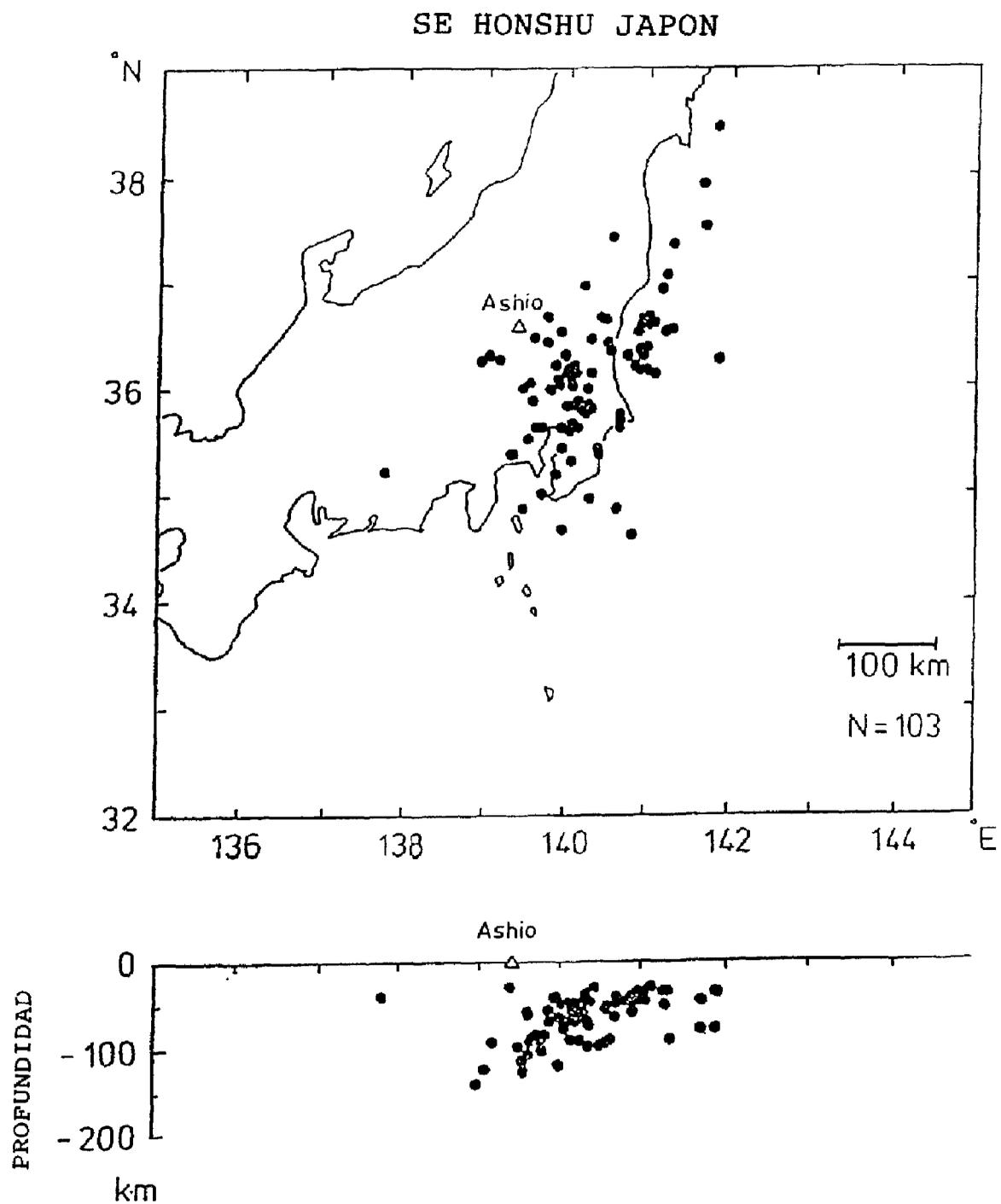


Figura 1. a. Distribución epicentral de temblores en el sureste de Honshu, Japón, registrada en la estación Ashio (triángulo), durante el periodo de mayo, 1987 a marzo, 1988, utilizada en este análisis.
 1b Vista seccional EW de la distribución de hipocentros.

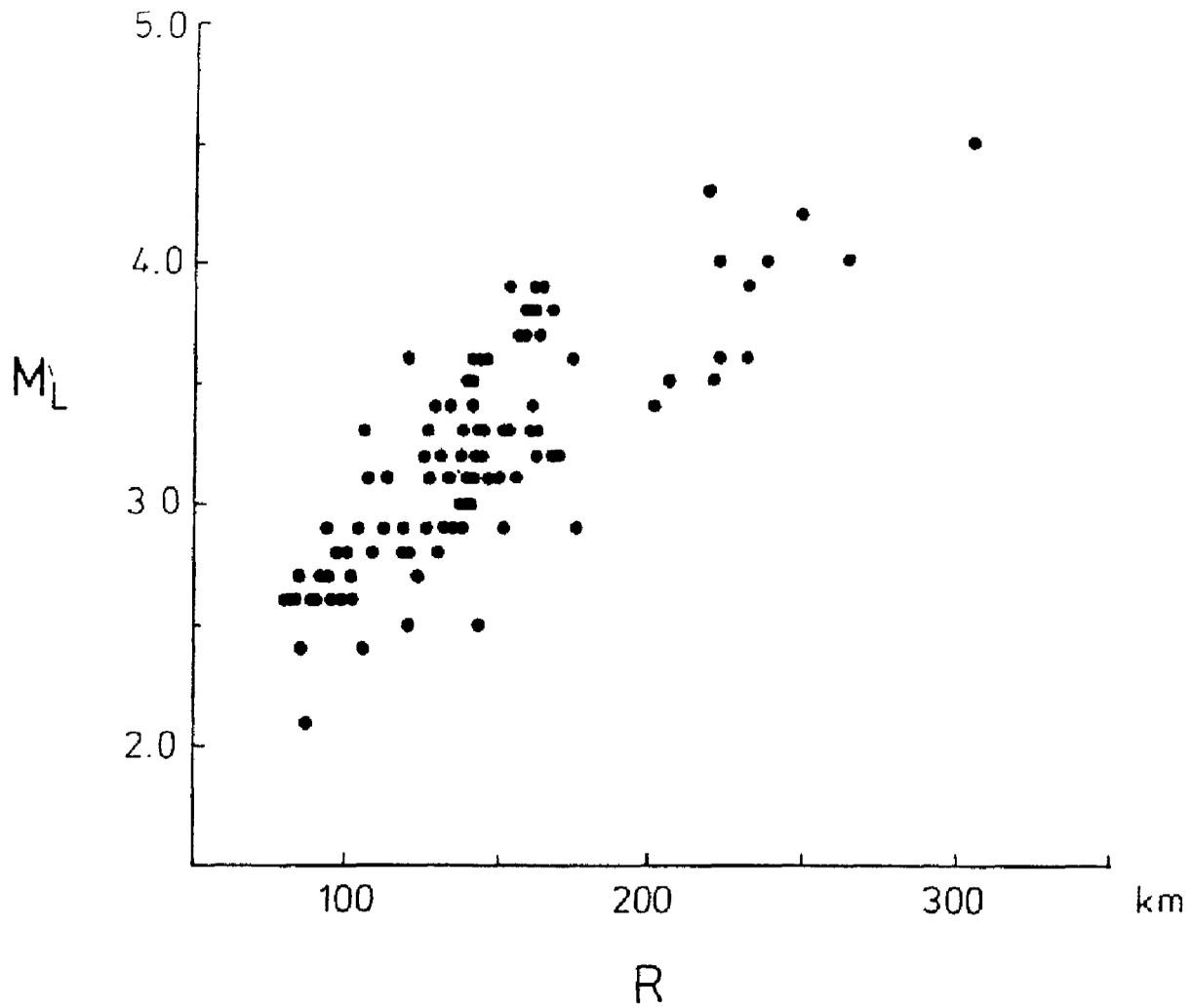


Figura 2. Gráfica de la magnitud local M_L como función de la distancia hipocentral R (km), usada en este análisis.

SISMOGRAMAS RMS FILTRADOS CON PASABANDA

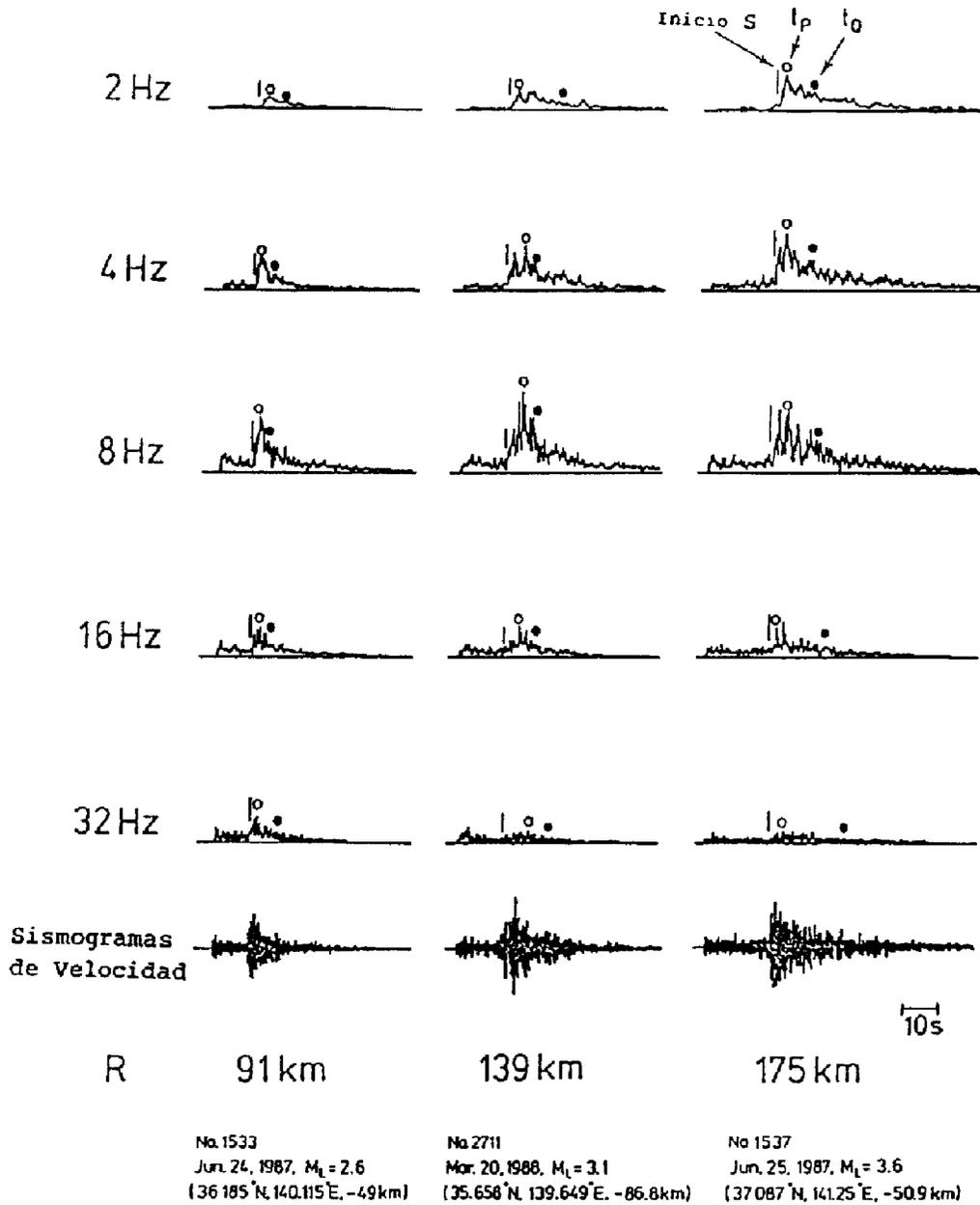
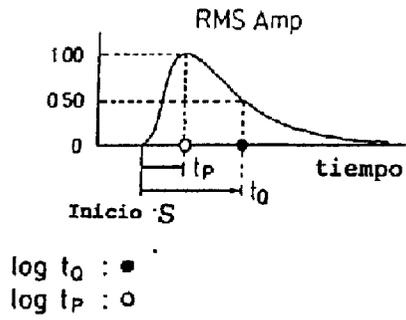


Figura 3. Tres ejemplos de trazos RMS de sismogramas filtrados con pasabanda de octava (componente NS) para diferentes distancias hipocentrales. Las barras, los círculos abiertos y los círculos cerrados representan respectivamente el inicio de la onda S, el arribo del pico máximo $t_p(s)$ y el arribo de la amplitud semi-máxima $t_q(s)$ para cada traza.

$\log(t_p \text{ \& } t_0)$ vs. $\log R$



$\log t_0$: ●
 $\log t_p$: ○

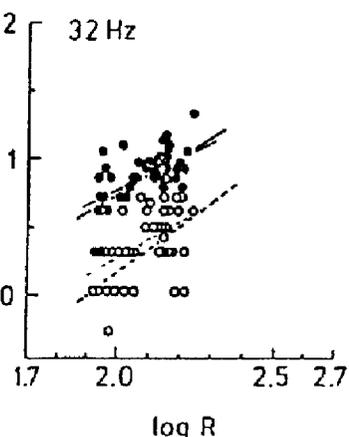
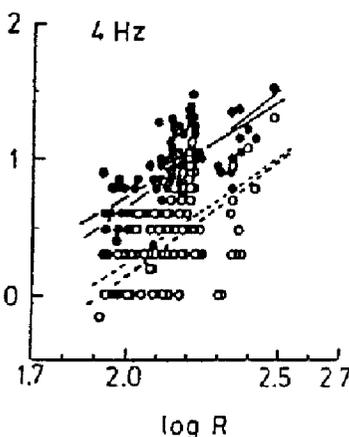
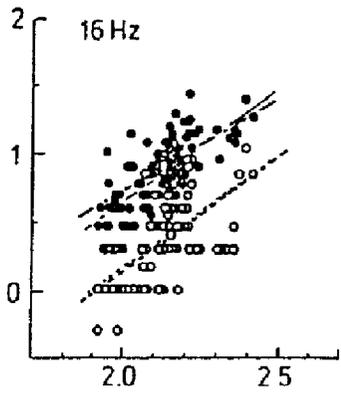
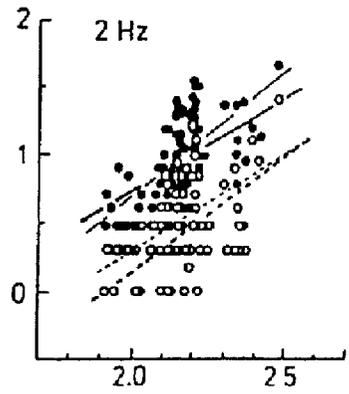
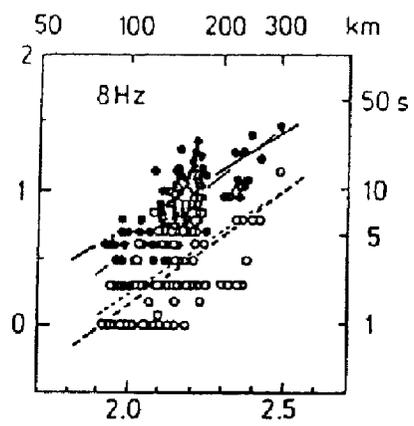
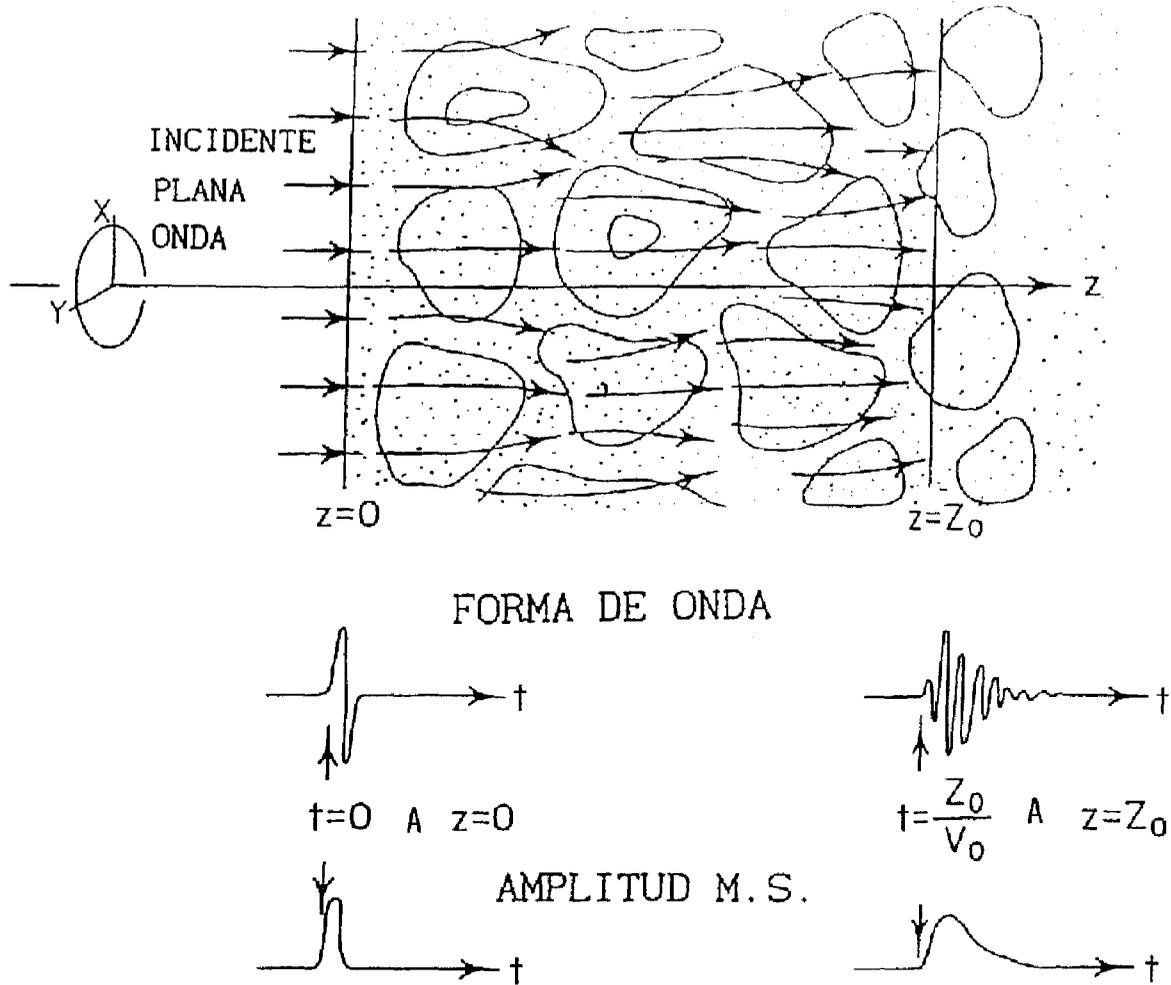


Figura 4. Gráficas del $\log t_p(s)$ y $\log t_0(s)$ en función de $\log R$ (km), representados por círculos abiertos y cerrados respectivamente, para las bandas de frecuencia de 2 a 32 Hz. Las líneas finas son líneas de regresión (ver Tabla 1) y las líneas gruesas son predicciones para la aproximación parabólica con atenuación (49).

MEDIO HOMOGENEO MEDIO INHOMOGENO ($OK_e \gg II$)



ENSANCHAMIENTO DE LA ENVOLVENTE
RETRASO DEL ARRIBO DEL PICO

Figura 5. Ilustración esquemática de la propagación de una onda impulsiva a través de un semi-espacio inhomogéneo $z > 0$. Aquí se hace un estudio basado en la aplicación parabólica de la amplitud MS, o mas rigurosamente, de la densidad espectral de poder correspondiente a la amplitud MS filtrada con pasabanda, y no del cambio temporal de la forma de onda.

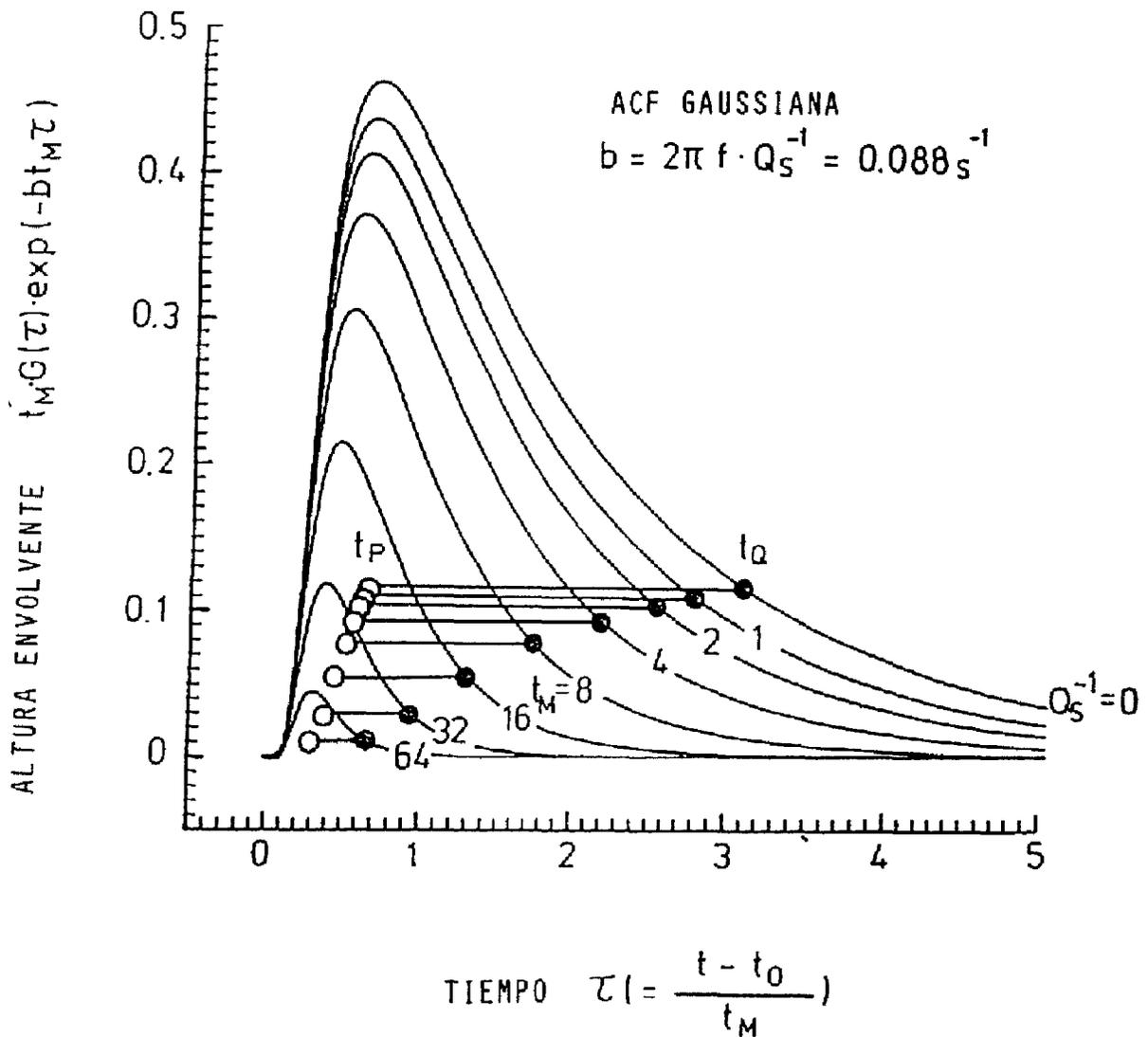


Figura 6. Cambio temporal en la densidad espectral de poder para diferentes tiempos característicos t_M , predichos por la aproximación parabólica con atenuación dependiente de la frecuencia $Q_s^{-1} = 0.014 f^{-1}$ para una función de autocorrelación Gaussiana, donde $t_M = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{t_M}{\sigma^2} R^2$. La curva superior, marcada con $Q_s^{-1} = 0$ corresponde a (42). Los círculos abiertos y cerrados muestran respectivamente el tiempo de arribo de la máxima potencia t_P y de la potencia cuarto-de-máximo t_Q para cada curva.

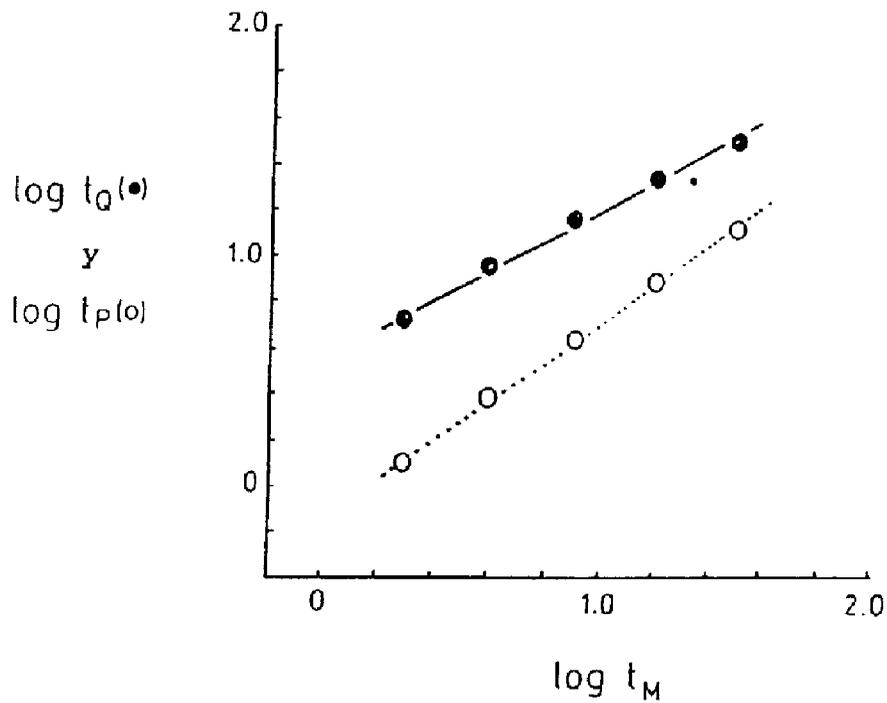


Figura 7. Gráficas logarítmicas de $t_P(s)$ (círculos abiertos) y $t_Q(s)$ (círculos cerrados) contra $t_M(s)$, donde se adopta la atenuación dependiente de la frecuencia $Q_s^{-1} = 0.014 f^{-1}$. Las dos líneas son regresiones lineales (46).

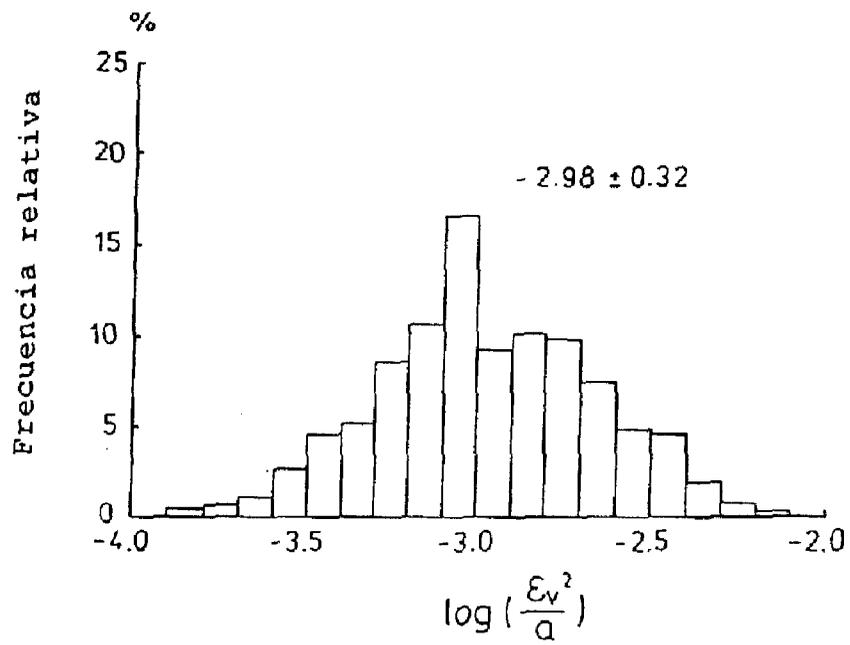


Figura 8. Histograma de $\log(\frac{\epsilon v^2}{\alpha(\text{km})})$ para t_p y t_q , para todas las bandas de frecuencia.

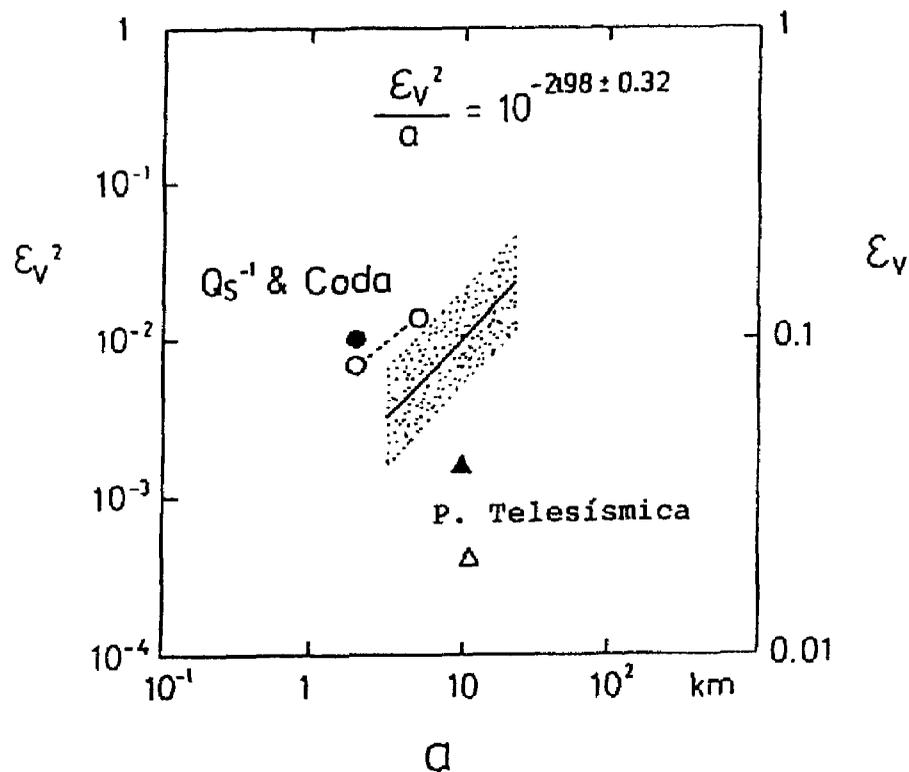


Figura 9. Gráficas de la relación resultante (48) entre ϵ_v^2 y la longitud de correlación α (km), en las que la región punteada muestra la desviación estándar. Los círculos cerrados y abiertos fueron evaluados de Q_s^{-1} y el análisis de coda de Sato (1984a,b, 1990). Los triángulos cerrados y abiertos fueron evaluados del análisis de ondas P telesísmicas en la red LASA, usando respectivamente la teoría Chernov de Aki (1973) y Capon (1974).

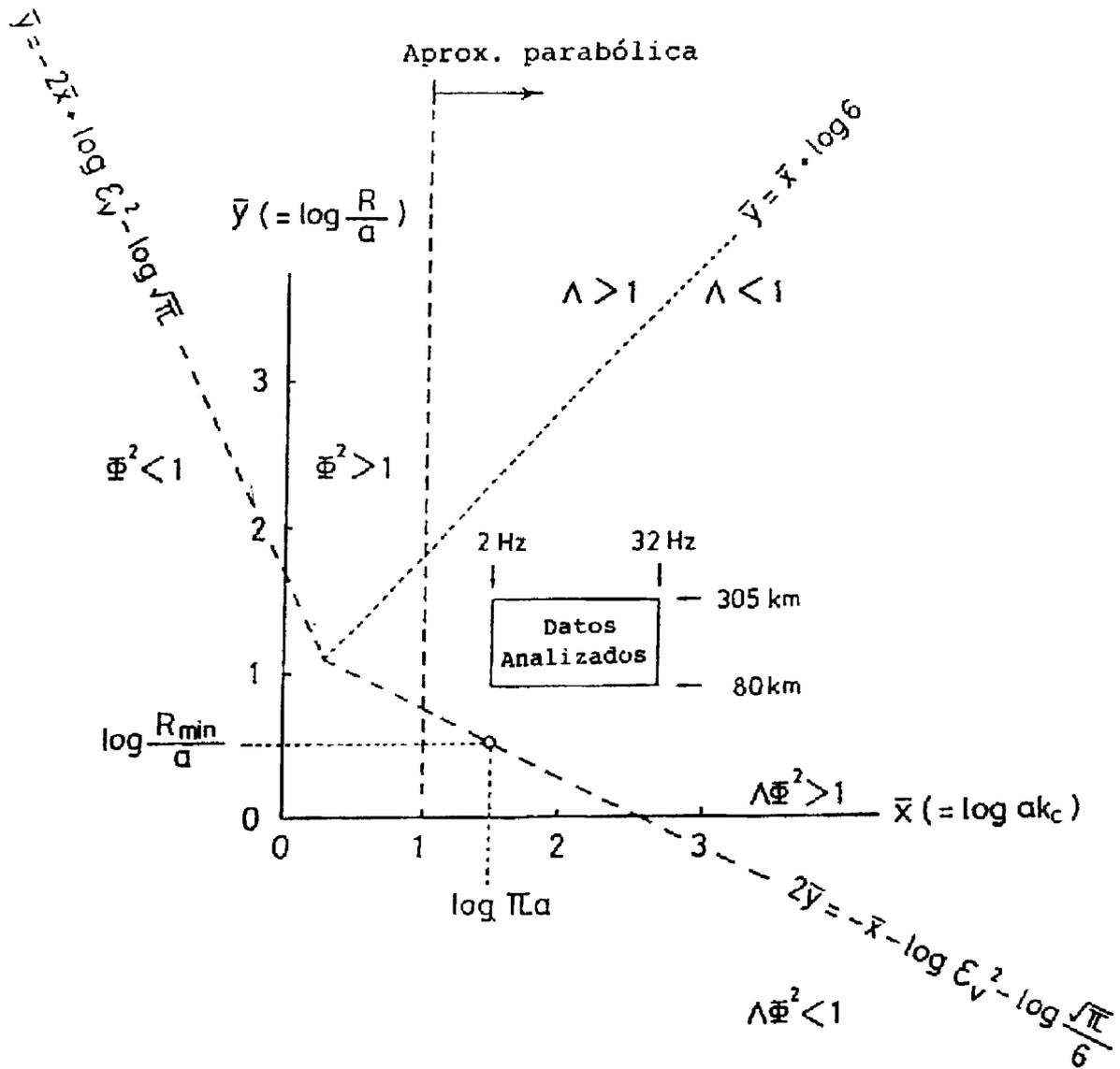


Figura 10. Regiones de aplicación de la aproximación parabólica ($\alpha k_c > 10$) en el régimen saturado ($\Phi^2 > 1$, para $\Lambda > 1$ y $\Lambda \Phi^2 > 1$ para $\Lambda < 1$). Los datos analizados en este trabajo, que están en el régimen saturado, se indican por la caja.

FUNCION DE CORRELACION DE DOS FRECUENCIA

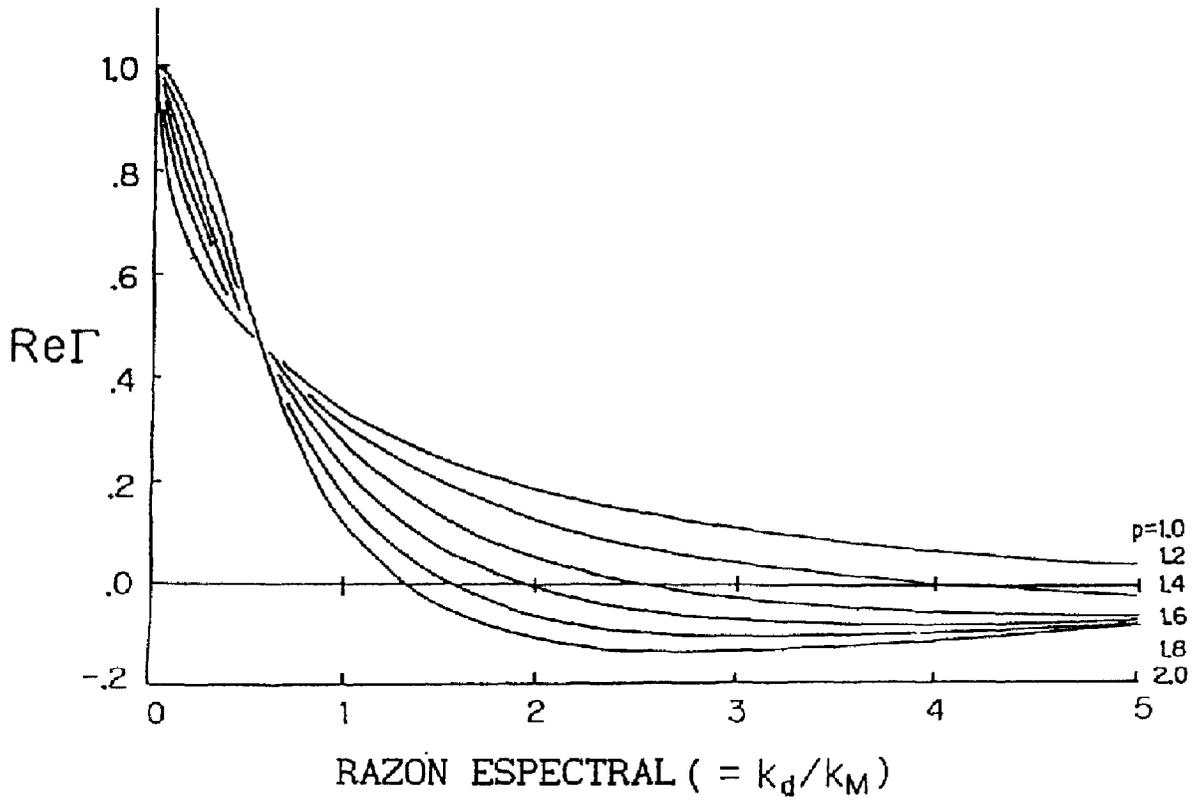
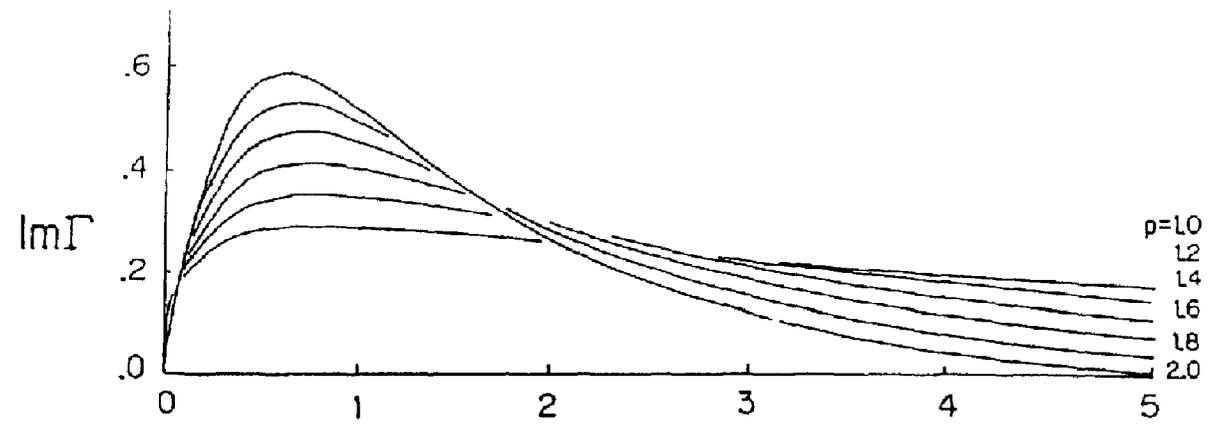


Figura A-1. Partes real e imaginaria de la función de correlación de frecuencia, calculada numéricamente para distintos órdenes de p entre 1.0 y 2.0 (ver Tabla A-1).

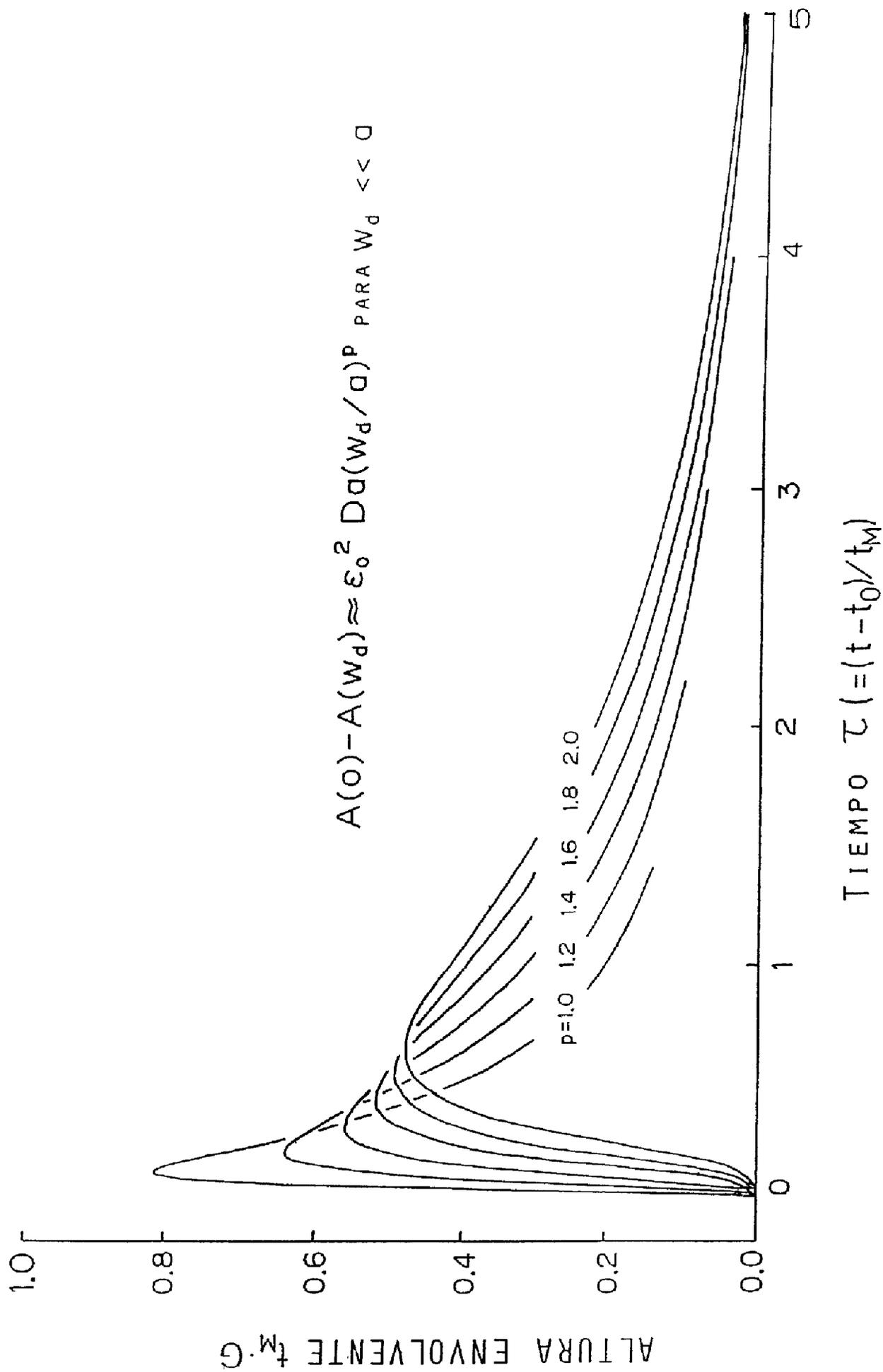


Figura A-2. Cambios temporales en la densidad espectral de poder, para distintos órdenes de p , de una entrada impulsiva en $z = 0$ (ver Tabla A-2)

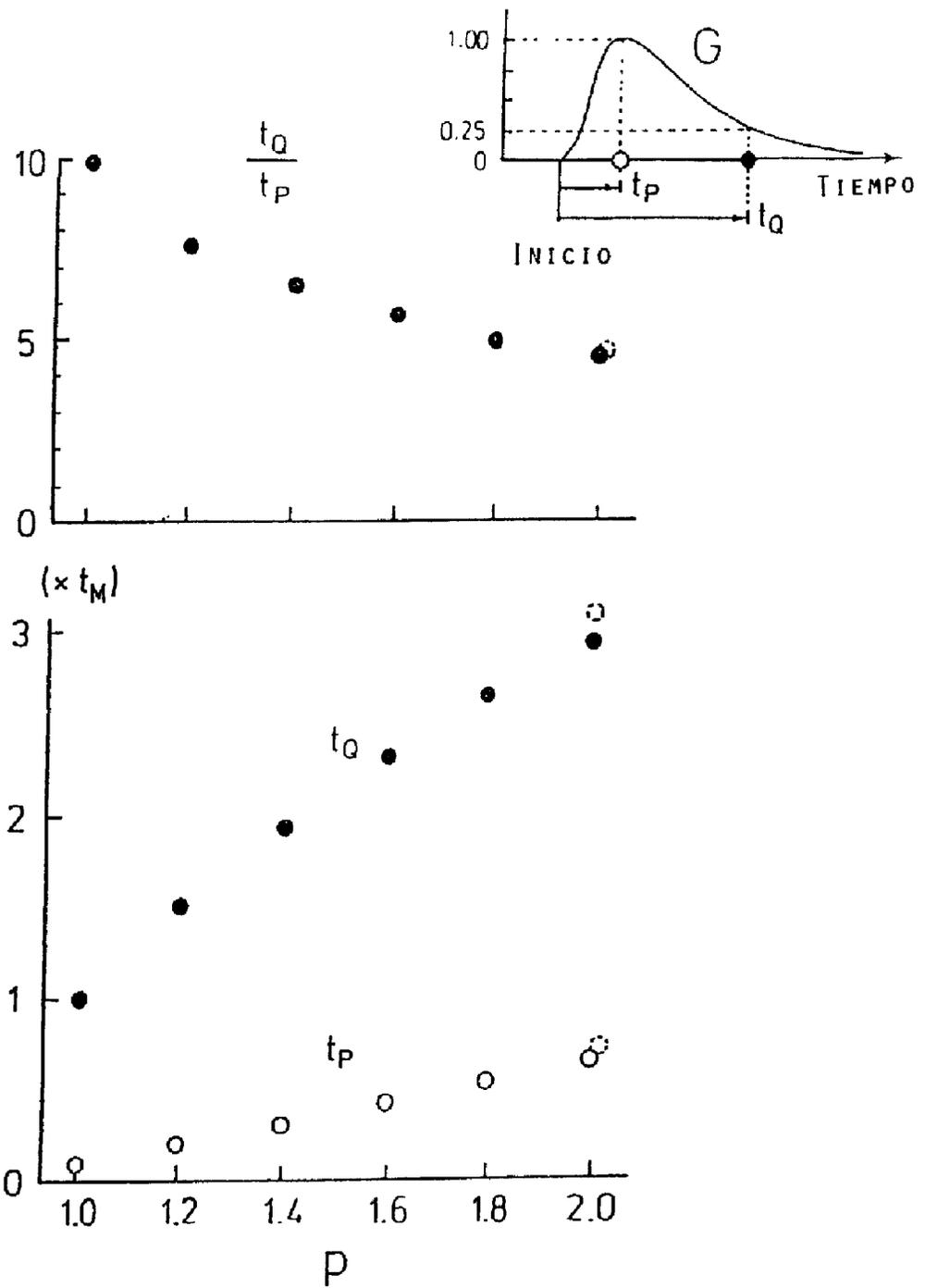


Figura A-3. Gráficas de t_P (círculos abiertos), t_Q (círculos cerrados) y su razón, como función del orden p , basadas en cálculos numéricos. Los círculos punteados en $p = 2.0$ muestran resultados analíticos.