

**SECRETARIA DE GOBERNACION**

**Lic. Emilio Chuayffet Chemor**  
Secretario de Gobernación

**Lic. Juan Ramiro Robledo Ruiz**  
Subsecretario de Protección Civil y de Prevención  
y Readaptación Social

**CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES**

**Dr. Roberto Meli**  
Director General

**Ing. Shigeharu Morishita**  
Director del Equipo Asesor Japonés

**Dr. Mario Ordaz**  
Coordinador de Investigación

**M. en I. Roberto Quaas**  
Coordinador de Instrumentación

**Lic. Ricardo Cícero Betancourt**  
Coordinador de Difusión

1a edición, Febrero 1996

© SECRETARIA DE GOBERNACION

© CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES  
AV. DELFIN MADRIGAL No 665. COL PEDREGAL SANTO  
DOMINGO, DELEGACION COYOACAN. C P 04360, MEXICO, D.F.  
TELEFONOS. 606 98 37, 606 97 39, 606 99 82, FAX: 606 16 08

© Autores: Oscar Arturo Fuentes Mariles, Marco Antonio Salas  
Salinas, Martín Jiménez Espinosa, María Teresa Vázquez Conde  
y Fermín García Jiménez.

Impresión a cargo de: Lic. Ricardo Cícero Betancourt y Violeta  
Ramos Radilla

Derechos reservados conforme a la ley  
IMPRESO EN MEXICO. *PRINTED IN MEXICO*

Distribución Nacional e Internacional: Centro Nacional de  
Prevención de Desastres

EL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO ES  
EXCLUSIVA RESPONSABILIDAD DE LOS AUTORES

SISTEMA NACIONAL DE PROTECCION CIVIL  
CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES

ESCURRIMIENTOS EN RIOS Y VOLUMENES  
DE INUNDACION POR DESBORDAMIENTO

Oscar Arturo Fuentes Mariles  
Marco Antonio Salas Salinas  
Martín Jiménez Espinosa  
María Teresa Vázquez Conde  
Fermín García Jiménez

COORDINACION DE INVESTIGACION  
AREA DE RIESGOS HIDROMETEOROLOGICOS

# CUADERNOS DE INVESTIGACION

## P R E S E N T A C I O N

---

La Coordinación de Investigación del Centro Nacional de Prevención de Desastres realiza estudios sobre las características de los fenómenos naturales y de las actividades humanas que son fuentes potenciales de desastres, así como sobre las técnicas y medidas que conducen a la reducción de las consecuencias de dichos fenómenos.

Las actividades enfocan la problemática de los Riesgos Geológicos (Sismos y Volcanes), de los Riesgos Hidrometeorológicos (Inundaciones, Huracanes, Sequías, Erosión) y de los Riesgos Químicos (Incendios, Explosiones, Contaminación por Desechos Industriales).

Los resultados de los estudios se publican en Informes Técnicos que se distribuyen a las instituciones y los especialistas relacionados con cada tema específico.

En adición a dichos informes técnicos de carácter muy especializado, el CENAPRED ha emprendido la publicación de esta serie, llamada CUADERNOS DE INVESTIGACION, con el fin de dar a conocer a un público más amplio aquellos estudios que se consideran de interés más general o que contienen información que conviene quede publicada en una edición más formal que la de los Informes Técnicos.

Los Catálogos de Informes Técnicos y de Cuadernos de Investigación, así como las publicaciones específicas pueden obtenerse solicitándolos por escrito a la Coordinación de Investigación del CENAPRED, o pueden consultarse directamente en su Unidad de Información.

# Í N D I C E

INTRODUCCIÓN .....	7
CAPÍTULO 1	
HIDROGRAMA ASOCIADO A UN PERÍODO DE RETORNO .....	11
1.1 SÍNTESIS DE GASTOS MEDIOS .....	12
1.2 EXTRAPOLACIÓN ESTADÍSTICA DE LAS AVENIDAS MÁXIMAS .....	14
1.3 DESAGREGACIÓN DE LOS GASTOS MEDIOS .....	15
CAPÍTULO 2	
GASTO MÁXIMO DE CONDUCCIÓN DEL RÍO .....	18
2.1 MÉTODO PARA CALCULAR EL GASTO MÁXIMO QUE CONDUCE EL RÍO .....	19
2.2 DETERMINACIÓN DEL GASTO MÁXIMO POR CONDUCIR .....	24
CAPÍTULO 3	
GASTOS EN EL RÍO DEBIDOS A UNA AVENIDA .....	25
3.1 ECUACIONES BÁSICAS PARA EL TRÁNSITO DE AVENIDAS .....	27
3.2 MÉTODOS PARA EL TRÁNSITO DE AVENIDAS .....	29
3.3 MÉTODOS HIDROLÓGICOS PARA EL TRÁNSITO DE AVENIDAS .....	34
3.4 MÉTODOS HIDRÁULICOS PARA EL TRÁNSITO DE AVENIDAS .....	39
3.5 ALGORITMO DEL MÉTODO DE SIMULACIÓN DE FLUJO .....	46
CAPÍTULO 4	
VOLÚMEN DE INUNDACIÓN POR DESBORDAMIENTO DEL RÍO .....	48
4.1 ESTIMACIÓN DE VOLÚMENES DE INUNDACIÓN .....	48
4.2 COSTO TOTAL DE LA OBRA DE MODIFICACIÓN AL CAUCE .....	50

CAPÍTULO 5	
EJEMPLOS DE APLICACIÓN . . . . .	54
5.1 AVENIDA MÁXIMA ASOCIADA A UN PERIODO DE RETORNO . . . . .	55
5.2 CAPACIDAD MÁXIMA DE CONDUCCIÓN DEL CAUCE . . . . .	57
5.3 VOLÚMENES DE INUNDACIÓN . . . . .	58
5.4 VOLUMEN DE INUNDACIÓN ANUAL . . . . .	60
CAPÍTULO 6	
CONCLUSIONES . . . . .	61
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS . . . . .	62
APÉNDICE A	
MÉTODO HIDRÁULICO PARA EL TRÁNSITO DE AVENIDAS . . . . .	64

## INTRODUCCIÓN

Desde el inicio de la civilización el hombre ha tenido que enfrentarse a desastres causados por inundaciones. Las poblaciones entendían la naturaleza de las inundaciones como parte del medio ambiente. En la actualidad, para las ciudades y zonas de producción ubicadas cerca de los ríos, persiste el riesgo de sufrir el desbordamiento de estos.

Si bien, los ríos se pueden aprovechar como medio de transporte y fuente de abastecimiento de agua para su consumo o cultivo de las fértiles llanuras próximas a ellos. También han dado lugar a obras (presas, cauces de alivio, bordos,...) para protegerse de ellos cuando fluyen gastos que pueden exceder su capacidad de conducción.

Durante y después de una tormenta se puede desarrollar un flujo sobre el terreno, que al llegar a ondanadas del mismo forma arroyos pequeños. Estos, al unirse con otros dan lugar a arroyos más grandes. Si este proceso continúa, se establece una corriente en cauce bien definido, constituyéndose un río. Por ello, los ríos son parte del sistema de drenaje del flujo superficial de las cuencas.

El escurrimiento dentro del cauce del río se deriva de las lluvias sobre la cuenca hidrológica tributaria. Está influido principalmente por:

- La intensidad, duración y distribución de la precipitación
- El tamaño, forma, cubierta y topografía del área de la cuenca.
- La naturaleza y condiciones del suelo

Se debe tener en cuenta que la respuesta de la cuenca a una lluvia no es inmediata, ya que

transcurre cierto lapso desde el momento en que se precipita el agua hasta el instante en que se produce el escurrimiento debido a esa lluvia.

Cuando las lluvias son intensas, los ríos pueden ser insuficientes para conducir el agua, presentándose el desbordamiento sobre sus márgenes, lo que da lugar a las denominadas inundaciones fluviales (Domínguez et al,1994). En varios de los ríos más caudalosos de México se presentan inundaciones de este tipo casi todos los años.

En la parte baja de las cuencas, los ríos tienen pendientes suaves por lo que suelen ser anchos y tener bordos bajos; por lo que en respuesta a gastos grandes se da un aumento de la elevación de la superficie libre del agua. Al exceder esta elevación a la de sus bordos se generan inundaciones.

Para reducir las inundaciones se pueden llevar a cabo distintos trabajos y obras de protección. Estas deben ser estudiadas en forma integral, ensayando diversas opciones dentro de la zona de influencia del río para no proponer medidas que sólo eviten inundaciones cerca de la zona de interés y, las provoquen en otros sitios donde no existían. En estudios de este tipo se requiere simular el flujo y cuantificar el volumen de agua que se desborda e inunda las llanuras cercanas al río. De esta manera es posible evaluar las consecuencias de construir bordos, formar cauces de alivio, dragar el río, hacer rectificaciones, etc..

Los modelos hidráulicos físicos son dispositivos útiles para llevar a cabo estos estudios integrales, pero tienen el inconveniente de ser costosos, sea por su tamaño, tiempo de construcción o duración de las pruebas y problemas de escala. Los modelos matemáticos de simulación de flujo también pueden ser empleados en los estudios integrales de inundación; disminuyen en gran parte algunas de las dificultades de los modelos físicos y permiten analizar

una variedad de soluciones en un plazo corto, por lo que son una buena opción de análisis, pese a que requieran de tareas de ajuste y calibración.

Para mitigar los daños causados por las avenidas, se llevan a cabo análisis hidrológicos, entre los que está el pronóstico de crecientes. Consiste en la estimación de la magnitud y del tiempo de ocurrencia de una avenida en un sitio determinado. La principal herramienta para llevar a cabo lo anterior es el *tránsito de avenidas*, cuyo objetivo es pronosticar la evolución de la creciente.

La obtención de esta evolución es muy útil para establecer medidas de alerta o evacuación en alguna zona específica. Ello se fundamenta en la estimación del gasto máximo de la avenida que puede provocar el desbordamiento del agua por sobre las márgenes de los ríos.

Este trabajo tiene como objetivo determinar el riesgo de que se presenten inundaciones de tipo pluvial, desde un punto de vista cuantitativo, con base en la capacidad de los ríos para conducir gastos. Para que de esa forma, se establezcan las medidas estructurales necesarias para evitar o disminuir desastres o bien, se lleven a cabo las acciones preventivas o de alerta que procedan.

Este documento se considera compuesto por tres partes principales a saber, la determinación de un hidrograma con cierto periodo de retorno, la simulación del flujo en el cauce y la cuantificación del posible volumen de agua que desborda a las márgenes del río.

En el capítulo 1 se describe el procedimiento para obtener hidrogramas asociados a un período de retorno de interés. Con ello se logra relacionar el posible volumen de inundación con una probabilidad de ocurrencia.

En el capítulo 2 se describe un método para estimar la capacidad del río para conducir un gasto constante. Con ello se establece un valor de mucha utilidad para conocer el riesgo de que ocurra una inundación en función de los gastos posibles que escurrirían en el cauce.

El capítulo 3 se dedica a la presentación de métodos para pronosticar la evolución de una creciente. Se describe el modelo matemático para calcular el flujo no permanente a superficie libre en un cauce natural.

En el capítulo 4 se explica el cálculo del volumen de inundación que se espera cada año. También incluye un criterio sencillo para tener una evaluación de costos de inundación y de las posibles obras para aumentar la capacidad de conducción del cauce.

En el capítulo 5 se presentan dos ejemplos de aplicación y el análisis de sus resultados.

Por último en el capítulo 6 se exponen conclusiones y recomendaciones.

Se adjunta un apéndice que contiene la deducción del modelo matemático de simulación.

## CAPÍTULO 1

### HIDROGRAMA ASOCIADO A UN PERIODO DE RETORNO

La determinación de los gastos de entrada a un tramo de río es fundamental para calcular la variación en el tiempo a lo largo de él, de las elevaciones de la superficie libre y velocidades del agua. Los gastos de entrada están incluidos en el hidrograma de la avenida que se incorpora al río en una cierta zona.

En los análisis estadísticos convencionales de Hidrología, se plantea el cálculo del gasto de pico del hidrograma asociado a un periodo de retorno. Este gasto se encuentra a partir de la función de distribución de probabilidad que mejor se ajuste a un conjunto de gastos máximos anuales.

Para realizar estudios de diseño, simular la operación de presas o transitar e integrar los escurrimientos de varias corrientes; no basta con el gasto de pico, sino que se requiere conocer todo el hidrograma correspondiente a un periodo de retorno.

El cálculo de este hidrograma, no ha sido tratado suficientemente en la Hidrología. Existen métodos que se basan en la mayoración de la avenida máxima registrada para que tenga un gasto de pico igual al obtenido para un cierto periodo de retorno, en una distribución de probabilidad conjunta entre gastos de pico y volúmenes de escurrimiento directo, así como en análisis de varios gastos medios del hidrograma. En este capítulo se describe un método del último tipo ya que los dos primeros son los más limitados. En el cuaderno de investigación "Avenidas de diseño" se tratan con detalle esta clase de métodos.

Se denominan métodos estadísticos a aquellos procedimientos de probabilidad y estadística que permiten obtener una variable hidrológica (gastos máximos, intensidades de precipitación,

volúmenes mensuales, ...) para un periodo de retorno. Ello se llevó a cabo a partir de un ajuste de una función de probabilidad. Continuando con la idea de estos métodos, se incorpora al cálculo de los gastos de pico, la determinación del volumen y forma del hidrograma del escurrimiento directo.

El método requiere de los gastos medios registrados en un sitio de interés. Consta de tres actividades básicas a saber

- Síntesis de gastos medios
- Extrapolación estadística
- Desagregación de gastos medios

### **1.1 SÍNTESIS DE GASTOS MEDIOS**

Consiste en obtener los máximos gastos medios en distintos lapsos asociados a un periodo de retorno. Los lapsos tienen una duración igual a  $1d, 2d, \dots, md$ ; donde  $d$  puede ser igual a 6 horas, 12 horas, un día, etc.

La información hidrométrica incluye para cada tiempo el gasto que se presentó. Este gasto corresponde a su valor promedio dentro de un lapso  $d$ .

De acuerdo con el uso que se le vaya a dar al hidrograma asociado a un periodo de retorno, se definen duraciones  $1d, 2d, 3d, \dots, md$ ; con  $d$  tan pequeña y  $m$  tan grande como se requiera. Generalmente,  $d$  es igual a un día y para ella,  $m$  está entre 4 y 10. Para facilitar la descripción del método se tomará  $d$  igual a un día.

Los valores medios diarios se designan como  $Q_{k,j}$ , para el día  $k=1, 2, 3, \dots, 365$  ó  $366$  días y para el año  $j$ .

Para calcular los máximos gastos medios en  $m$  días de un año  $j$  cualquiera, se lleva a cabo lo siguiente:

a) Se encuentra el gasto medio máximo anual de la duración  $m=1$ , del registro se escoge el valor más grande de los gastos diarios del año  $j$ , resultando

$$G_{1,j} = \max \{Q_{k,j}\} \quad (1.1)$$

b) Para obtener el gasto medio en un lapso igual a  $2d$ , se busca en todo el registro de ese año el gasto medio máximo anual que resulte de la combinación de dos días adyacentes ( $m=2$ ), siendo la ecuación a utilizar con  $k=1, 2, \dots, 364$  si el año es de  $365$  días.

$$G_{2,j} = \frac{1}{2} \max \{Q_{k,j} + Q_{k+1,j}\} \quad (1.2)$$

c) Para el gasto medio máximo anual de la duración  $md$ , se escogen  $m$  valores consecutivos del registro de ese año que proporcionen al gasto medio más grande. La ecuación para cualquier duración  $m$  es con  $k=1, 2, \dots, 365 - m$ .

$$G_{m,j} = \frac{1}{m} \max \{Q_{k,j} + Q_{k+1,j} + \dots + Q_{k+m-1,j}\} \quad (1.3)$$

Lo anterior permita establecer la secuencia

$$G_{1,j}, G_{2,j}, \dots, G_{m,j}$$

para el año  $j$ . Los cálculos anteriores se repiten para todos los años consignados en el registro histórico.

Las secuencias obtenidas se incluyen en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1 Gastos medios máximos anuales (Procedimiento de síntesis)

Año	Duración (en unidades de tiempo)					
	1	2	3	...	m-1	m
1	$G_{1,1}$	$G_{2,1}$	$G_{3,1}$	...	$G_{m-1,1}$	$G_{n,1}$
2	.	.	.	...	.	.
3	.	.	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	.
n - 1	$G_{1,n-1}$	$G_{2,n-1}$	$G_{3,n-1}$	...	$G_{m-1,n-1}$	$G_{n,n-1}$
n	$G_{1,n}$	$G_{2,n}$	$G_{3,n}$	...	$G_{m-1,n}$	$G_{n,n}$

## 1.2 EXTRAPOLACIÓN ESTADÍSTICA DE LAS AVENIDAS MÁXIMAS

Los gastos medios máximos anuales de una duración (una columna de valores de la Tabla 1.1)  $G_{m,1}, G_{m,2}, \dots, G_{m,n}$  permiten llevar a cabo estimaciones de probabilidad de ocurrencia de los eventos de interés.

Se ajustan varias funciones de distribución de probabilidad y se obtiene para cada una de ellas el error medio cuadrático del ajuste; posteriormente se escoge la función que tenga el error menor.

Una vez definida la función de distribución de probabilidad correspondiente a la duración  $m$ , se encuentra el valor del gasto medio máximo  $Q_m(T)$  asociado a un período de retorno  $T$ . Esto se realiza para todos los valores de  $T$  de interés. Los resultados encontrados permiten escribir una columna de valores de la Tabla 1.2. Al aplicar el proceso para todas las duraciones de interés, se completa la Tabla 1.2.

Tabla 1.2 Gastos medios máximos (Extrapolación estadística)

	Duración (en unidades de tiempo)				
T	1	2	...	m-1	m
2	$Q_1(2)$	$Q_2(2)$		$Q_{m-1}(2)$	$Q_m(2)$
.	.	.	...	.	.
R	$Q_1(R)$	$Q_2(R)$	...	$Q_{m-1}(R)$	$Q_m(R)$
.	.	.	...	.	.
1000	$Q_1(1000)$	$Q_2(1000)$	...	$Q_{m-1}(1000)$	$Q_m(1000)$

### 1.3 DESAGREGACIÓN DE LOS GASTOS MEDIOS

Se comienza por establecer una secuencia de valores medios de duración  $d$  máximos  $q_1(T), q_2(T), \dots, q_m(T)$  que cumpla con el requisito de que  $Q_m(T)$  sea igual a  $q_1(T) + q_2(T) + \dots + q_m(T)$  para cualquiera de los valores de  $m$  considerados.

El primer valor máximo ( $m=1$ ) de la secuencia está dado como  $q_1(T) = Q_1(T)$ . El segundo valor máximo ( $m=2$ ) de duración  $d$  se obtiene a partir del valor medio de duración  $d$  en dos lapsos  $2Q_2(T)$  al restarle el valor medio en un lapso  $d$  ( $Q_1(T)$ ), es decir  $q_2(T) = 2Q_2(T) - Q_1(T)$ . El tercer valor máximo ( $m=3$ ) de duración  $d$  se encuentra con el valor medio de duración  $d$

en tres lapsos  $3Q_3(T)$  al restarle el valor medio en dos lapsos ( $Q_2(T)$ ), o sea  $q_3(T)=3Q_3(T)-Q_2(T)$ . Así, el gasto máximo que está en el lugar  $m$  y tiene una duración  $d$  se calcula con el valor medio de duración  $md$ ,  $m Q_m(T)$  al restarle el valor medio en  $m-1$  lapsos ( $Q_{m-1}(T)$ ), por lo cual  $q_m(T)=mQ_m(T)-Q_{m-1}(T)$ .

El proceso de cálculo se apoya en la Tabla 1.3.

Tabla 1.3 Cálculo de valores medios en lapsos de duración  $d$

Duración $d$	$Q_d(T)$	$q_k = q_d$
1	$Q_1(T)$	$q_1 = Q_1(T)$
2	$Q_2(T)$	$q_2 = 2 Q_2(T) - Q_1(T)$
3	$Q_3(T)$	$q_3 = 3 Q_3(T) - 2 Q_2(T)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$m-1$	$Q_{m-1}(T)$	$q_{m-1} = (m-1) Q_{m-1}(T) - (m-2) Q_{m-2}(T)$
$m$	$Q_m(T)$	$q_m = m Q_m(T) - (m-1) Q_{m-1}(T)$

Los elementos de la secuencia  $q_1(T), q_2(T), \dots, q_m(T)$  se pueden arreglar de modos distintos. Aquí se empleará un procedimiento basado en la presentación de los gastos (medios en la duración  $d$ ) de una avenida histórica seleccionada con base su volumen y gasto.

Se comienza por formar la secuencia  $G_1, G_2, \dots, G_m$  de gastos medios de duración  $d$  de la avenida histórica.

Por ejemplo, para  $d=1$  día y  $m=8$ , entre el 11 y 18 de abril de 1993 se tienen los siguientes gastos medios diarios ( $m^3/s$ ):  $G_1=30, G_2=50, G_3=80, G_4=100, G_5=90, G_6=70, G_7=60, G_8$

=40. El índice corresponde al día en que se presentaron cronológicamente, 1 el primer día (11 de abril), 2 el segundo día (12 de abril), 3 el tercer día (13 de abril), ... , 8 el octavo día (18 de abril).

Los  $m$  gastos medios de duración  $d$  de la avenida histórica se ordenan del valor mayor al menor. Luego, se les asigna un número según el lugar en que aparecen en la secuencia ordenada, 1 si es el mayor, 2 si aparece en segundo lugar,  $k$  si existen  $k-1$  valores mayores o iguales al analizado.

Se establece el lugar en que aparece el primer valor de la secuencia histórica,  $h_1$ ; el lugar en que está el segundo valor de la secuencia histórica,  $h_2$ ; así, el lugar del  $m$ -ésimo valor de la secuencia histórica, es  $h_m$ .

Para los datos del ejemplo, se tendría que al dato del primer día le corresponde el lugar 8, al del segundo día el lugar 6, al del tercer día el lugar 3, al del cuarto día el lugar 1, al del quinto día el lugar 2, al del sexto día el lugar 4, al del séptimo día el lugar 5 y al del octavo día el lugar 7. La secuencia de lugares sería 8,6,3,1,2,4,5,7 ( $h_1=8$ ,  $h_2=6$ ,  $h_3=3$ ,  $h_4=1$ ,  $h_5=2$ ,  $h_6=4$ ,  $h_7=5$ ,  $h_8=7$ ).

Los gastos medios  $q_1(T)$ ,  $q_2(T)$ , ... ,  $q_m(T)$  se acomodan según el lugar de la avenida histórica,  $q_{h_1}(T)$ ,  $q_{h_2}(T)$ , ... ,  $q_{h_m}(T)$  .

Para el ejemplo la secuencia que define al hidrograma asociado a un periodo de retorno  $T$  es  $q_8(T)$ ,  $q_6(T)$ ,  $q_3(T)$ ,  $q_1(T)$ ,  $q_2(T)$ ,  $q_4(T)$ ,  $q_5(T)$ ,  $q_7(T)$ .

## CAPÍTULO 2

### GASTO MÁXIMO DE CONDUCCIÓN DEL RÍO

La determinación de los tirantes y velocidades a lo largo del río es necesaria para evaluar la capacidad del cauce para conducir los escurrimientos que llegan a él.

El gasto más grande que puede fluir en el río corresponde a aquel que origina elevaciones del agua iguales a la altura de los bordos. Un gasto mayor provocaría la salida de agua del cauce y daría lugar a una inundación fluvial.

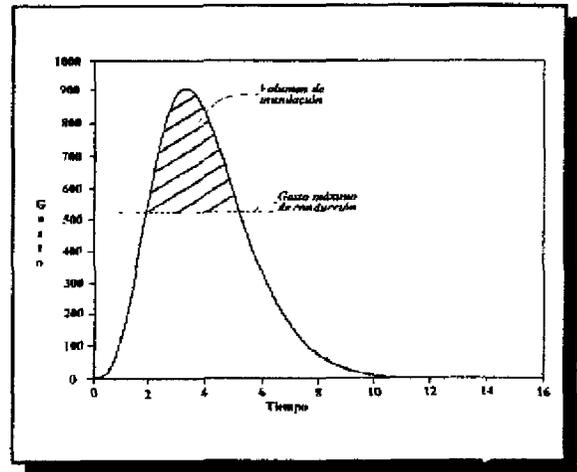
Cuando el gasto que fluye en una corriente natural se mantiene constante durante un periodo de tiempo (de cuando menos 3 horas) y las condiciones de nivel de agua en los extremos un tramo de ella no cambian, en el cauce de la corriente natural se establece un flujo que no varía en el tiempo, aunque sí se presentan distintos tirantes y velocidades a lo largo de él. Si ellos no se modifican bruscamente a lo largo de una distancia, en dirección de la corriente, del orden de 10 m; se tiene el caso de un flujo permanente gradualmente variado. Este tipo de flujo ocurre sólo en algunos tramos de los ríos.

El cálculo de los tirantes y velocidades para flujo permanente gradualmente variado es menos complicado que el tipo no permanente que se trata en el capítulo 3. Si bien es más limitado, su aplicación es factible en múltiples casos, por lo que es conveniente describir como se puede llevar a cabo.

Además, para aquellas ocasiones en que no se cuente con la información necesaria para realizar los tránsitos de la avenida a lo largo del cauce. El gasto máximo que puede fluir por el cauce

permite estimar, de forma aproximada, el volumen del hidrograma de escurrimiento que al no poder ser conducido por el río, produce la inundación de la región cercana a él.

Los gastos del hidrograma asociado a un periodo de retorno que excedan al gasto máximo que puede fluir por el cauce de la corriente dan lugar al volumen de inundación correspondiente a ese periodo de retorno. En la Figura 2.1 está marcada al área del hidrograma donde se tienen gastos mayores al gasto máximo, ella representa al volumen de inundación. Esta estimación no es muy precisa pero da una idea del volumen de inundación.



*Figura 2.1 Cuantificación del volumen de inundación de una avenida*

## **2.1 MÉTODO PARA CALCULAR EL GASTO MÁXIMO QUE CONDUCE EL RÍO**

El tratamiento del escurrimiento a superficie libre es más difícil e insatisfactorio que el que se ocurre en tuberías que funcionan a presión debido a la amplia variación de las condiciones que presenta; principalmente, en cuanto a la forma de las secciones transversales y las rugosidades del cauce.

Como los cauces naturales, la forma de las secciones transversales es irregular y no es sencillo establecer la pendiente del fondo, es preferible manejar en vez del tirante a la elevación del agua (incluye la cota del fondo y al tirante).

Las expresiones matemáticas para el cálculo del flujo permanente gradualmente variado son la

ecuación de continuidad y la de conservación de la energía; que planteadas en función de la elevación del agua se presentan de la manera siguiente:

$$\frac{d(AV)}{dx} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dx}\left(y + \frac{v^2}{2g}\right) + S_f = 0 \quad (2.2)$$

donde Q es el gasto ( $m^3/s$ ), y la elevación de la superficie libre del agua (m), v la velocidad del flujo (m/s),  $S_f$  la pendiente de la línea de energía y x representa a las distancias a lo largo del cauce. La ecuación 2.2 es válida para inclinaciones del fondo respecto a la horizontal menores a  $10^\circ$ .

La pendiente  $S_f$  se estima con una ecuación de flujo uniforme, para el caso de la fórmula de Manning, se tiene que

$$S_f = \frac{n^2 |v| v}{r^{\frac{4}{3}}} \quad (2.3)$$

siendo n el coeficiente de rugosidad según Manning ( $m^{1/3}/s$ ) y r el radio hidráulico.

Como de estas ecuaciones no se puede obtener una expresión matemática para y y v que cumplan con ellas, se recurre a métodos numéricos de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Para encontrar un solución suficientemente aproximada, se propone escribir las ecuaciones 2.1 a 2.3 en diferencias finitas de la manera siguiente:

$$A_i V_i = A_{i+1} V_{i+1} = Q \quad (2.4)$$

$$y_i + \frac{v_i^2}{2g} - \frac{1}{2} s_{f_i} (x_{i+1} - x_i) = y_{i+1} + \frac{v_{i+1}^2}{2g} + \frac{1}{2} s_{f_{i+1}} (x_{i+1} - x_i) \quad (2.5)$$

En ellas el subíndice  $i$  señala la sección transversal considerada (ubicada a una distancia  $x_i$ ).

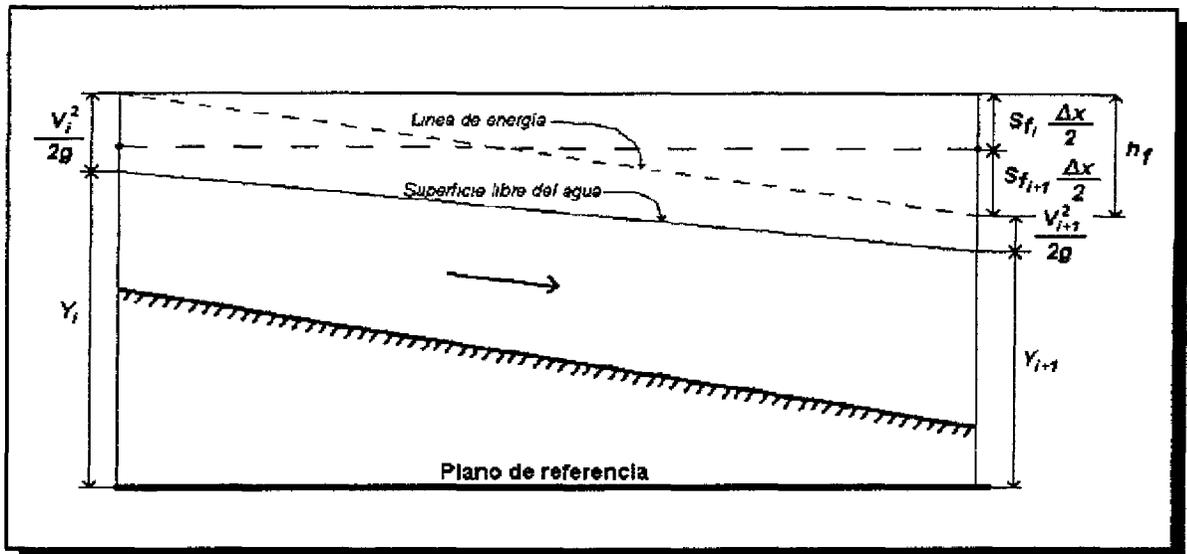


Figura 2.2 Representación simplificada de la ecuación de la energía para flujo permanente

En la figura 2.2 se representa en forma simplificada la ecuación de diferencias finitas 2.5. Se ha considerado que la pendiente de pérdida de energía por la rugosidad del fondo es igual a su promedio en el tramo de longitud  $x_{i+1} - x_i$ , es decir que

$$s_f \Delta x = \frac{1}{2} (s_{f_{i+1}} + s_{f_i}) (x_{i+1} - x_i) \quad (2.6)$$

donde

$$s_{f_i} = \frac{n_i^2 |v_i| v_i}{r_i^{4/3}} \quad (2.7)$$

En las ecuaciones 2.4 y 2.5 aparecen dos incógnitas, la elevación del agua (a partir de ella se obtienen el área, perímetro mojado y radio hidráulico que aparecen con cierto subíndice) y la

velocidad del flujo. Para flujo subcrítico corresponden a la de subíndice  $i$  mientras que para régimen supercrítico se refiere al índice  $i+1$ .

La ecuación 2.5 también puede escribirse así

$$E_i + D_i = E_{i+1} + G_{i+1} \quad (2.8)$$

$$E_i = y_i + \frac{v_i^2}{2g} \quad (2.9)$$

$$D_i = \frac{1}{2} s_{f_i} (x_{i+1} - x_i) \quad (2.10)$$

$$G_{i+1} = \frac{1}{2} s_{f_{i+1}} (x_{i+1} - x_i) \quad (2.11)$$

Al considerar en forma implícita a la ecuación de continuidad en la ecuación 2.5 se obtiene una función no lineal con una incógnita. De acuerdo con el tipo de flujo se define esta función. Se da por entendido que el gasto  $Q$  es un dato.

#### a) Flujo subcrítico

Son conocidos los valores de  $y_{i+1}$ ,  $v_{i+1}$ ,  $n_{i+1}$  y  $x_{i+1}$ . Se considera que  $v_i = Q/A_i$ .

Como  $A_i$  y  $r_i$  están relacionadas con  $y_i$ , la función tiene como incógnita  $y_i$ , es decir

$$f(y_i) = E_i - D_i - H_{i+1} \quad (2.12)$$

donde  $H_{i+1}$  está dada como

$$H_{i+1} = E_{i+1} + G_{i+1} \quad (2.13)$$

b) *Flujo supercrítico*

Son conocidos los valores de  $y_i$ ,  $v_i$ ,  $n_i$  y  $x_i$ .

Se considera que  $v_{i+1} = Q/A_{i+1}$ , además, como  $A_{i+1}$  y  $r_{i+1}$  dependen de  $y_{i+1}$ , para encontrar el valor de  $y_{i+1}$  se requiere resolver la función

$$f(y_{i+1}) = E_{i+1} + G_{i+1} - J_i \quad (2.14)$$

siendo  $J_{i+1}$  igual a

$$J_i = E_i + D_i \quad (2.15)$$

Para obtener el valor de la incógnita (raíz) de la función  $f$  se emplea un método numérico para resolver ecuaciones no lineales en una variable; se ha escogido el método de bisección (Nakamura, 1992).

El método de bisección se emplea a partir de un intervalo de valores de la incógnita y dentro del cual existe al menos una raíz de la función, de acuerdo con el diagrama de bloques de la figura 2.3.

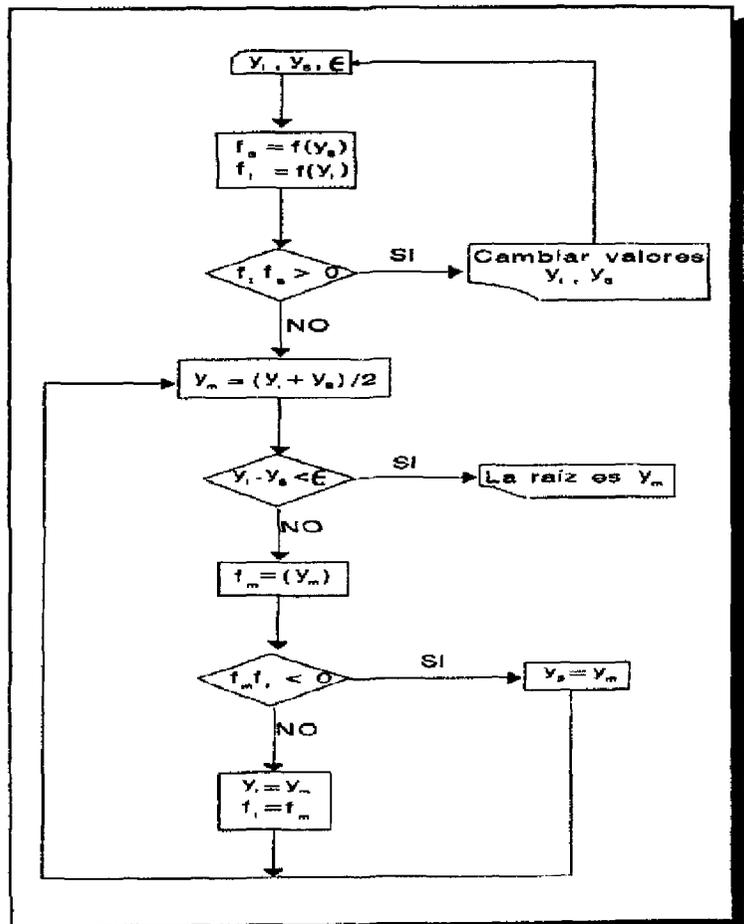


Figura 2.3 Diagrama de bloques para el método de bisección

En esta figura  $y_1$  y  $y_s$  corresponden a los límites del intervalo mencionado y  $\epsilon$  es un valor pequeño (del orden de 0.001 m).

## **2.2 DETERMINACIÓN DEL GASTO MÁXIMO POR CONDUCIR**

El gasto máximo que puede fluir por el cauce sin desbordar sus márgenes se obtiene por aproximaciones sucesivas.

Se plantean las elevaciones máximas admisibles por el agua a lo largo del tramo de río en estudio. Pueden coincidir con la elevación de los bordos o ser un poco menores a ella para tomar en cuenta errores en su estimación, en los valores de coeficientes o cambios en superficie libre por efecto del viento.

Se propone un valor del gasto y se aplica el método de cálculo de las elevaciones y velocidades del agua.

Se revisa que las elevaciones del agua no excedan la elevación máxima admisible.

Aquel gasto para el cual se iguala la elevación del agua con la elevación máxima admisible corresponde al gasto buscado.

## CAPÍTULO 3

### GASTOS EN EL RÍO DEBIDOS A UNA AVENIDA

Cuando una avenida viaja por un cauce, su duración aumenta y la magnitud de su gasto máximo disminuye (figura 3.1). El pronóstico de crecientes consiste en la determinación de la forma de una avenida en cualquier parte del río. Sirve para obtener los niveles y gastos en secciones transversales a lo largo del cauce en cualquier tiempo.

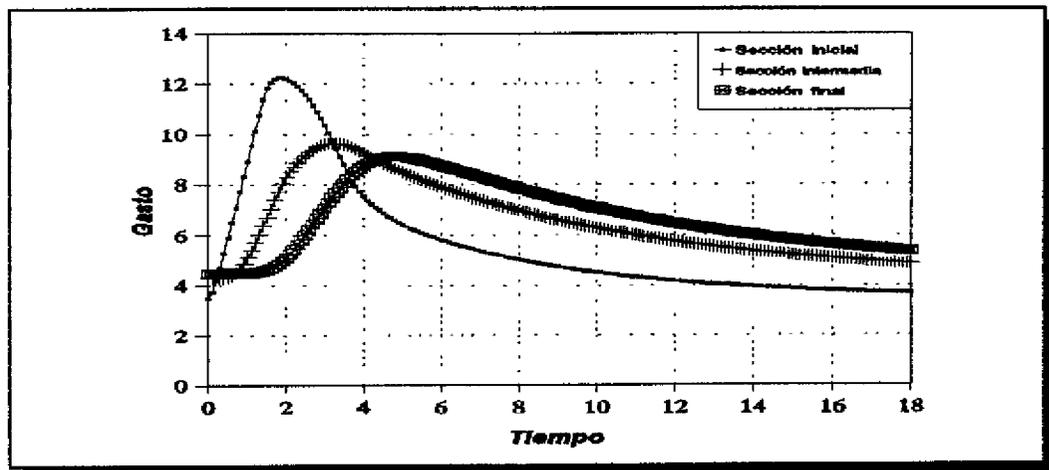
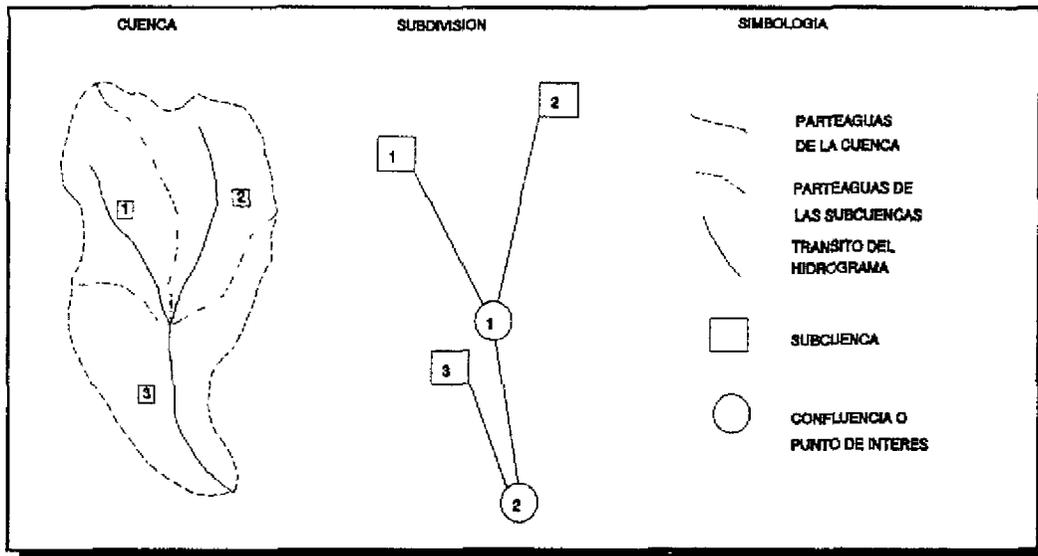


Figura 3.1 Cambios en la forma de una avenida

La anticipación con la que se estimen las características de la avenida en un sitio en particular, resulta de gran interés para establecer las medidas estructurales (como es la construcción de obras de protección) o las no estructurales (acciones preventivas de alerta o desplazamiento de personas a zonas seguras) para evitar desastres. También es útil para integrar los escurrimientos de varias corrientes (figura 3.2) en algún punto de interés como son, por ejemplo, sitios de proyecto, embalses existentes e inicio de tramos de cauce con áreas urbanas; o bien, para definir áreas homogéneas o de propiedades hidrológicas similares.

Para algunos propósitos es adecuado hacer un cálculo del gasto máximo de la avenida en la cuenca; para otros, lo es la determinación del tiempo en que ocurrirá dicho gasto. La mayoría de las veces se requiere la estimación del hidrograma de dicha avenida.



*Figura 3.2 Discretización de una cuenca*

Conocido el hidrograma de la avenida en una sección del cauce, el estudio de su propagación consiste en determinar las características que tendrá dicha creciente en otra sección transversal situada aguas abajo. Generalmente, interesa obtener el nivel máximo que puede alcanzar el agua en el cauce y el tiempo que tardará en presentarse. Ello es útil para evaluar el riesgo de desbordamiento.

Por todo lo anterior, se deduce que el escurrimiento en los cauces es una de las etapas más importantes del ciclo hidrológico. La relevancia de este fenómeno, pese a lo difícil de su representación, ha motivado que exista una buena cantidad de métodos para su cálculo, que van desde aquéllos con una concepción muy simple, de los que resultan gruesas aproximaciones; hasta los más completos, cuyos resultados son bastante parecidos a los observados en la realidad.

### 3.1 ECUACIONES BÁSICAS PARA EL TRÁNSITO DE AVENIDAS

El flujo de agua en los cauces naturales, generalmente se lleva a cabo con tirantes pequeños y pendientes suaves, es similar al movimiento de una onda larga; el componente vertical de la velocidad del agua es mucho menor que el componente horizontal, por lo cual el movimiento del agua en el cauce puede ser tratado como unidimensional.

Las ecuaciones de movimiento del flujo no permanente a superficie libre para cauces no prismáticos (*ecuaciones de Saint Venant*) son:

$$\frac{\partial (Av)}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = q \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + S_f - S_0 = - \frac{q}{gA} (V - V_x) \quad (3.2)$$

donde  $A$  es el área hidráulica ( $m^2$ ),  $v$  la velocidad media ( $m/s$ ),  $B$  el ancho de superficie libre ( $m$ ),  $h$  es el tirante ( $m$ ),  $g$  la aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ ),  $S_0$  pendiente del fondo ( $m/m$ ),  $S_f$  la pendiente de la línea de energía ( $m/m$ ),  $q$  gasto lateral por unidad de longitud ( $m^3/s/m$ ),  $V_x$  componente en la dirección  $x$  de la velocidad del gasto lateral; además,  $x$  representa la distancia ( $m$ ) y  $t$  el tiempo ( $s$ ).

En la ecuación 3.2, el segundo y tercer término corresponden a la aceleración local y convectiva (comúnmente llamados términos de inercia).

La ecuación de continuidad es utilizada en todos los métodos para el tránsito de avenidas; no así la ecuación dinámica. Debido a esto último, es posible distinguir varios tipos de métodos,

según los términos de la ecuación dinámica que sean considerados en el cálculo.

Si se acepta que en la ecuación dinámica el gasto lateral es nulo ( $q=0$ ) la expresión resultante puede escribirse como:

$$s_f = s_0 - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3.3)$$

flujo uniforme permanente  
 flujo no uniforme permanente  
 flujo no uniforme no permanente

**Cuadro I** Hipótesis utilizadas para calcular la pendiente de fricción (de acuerdo con la ecuación 3.3)

Método	Condición de flujo para valuar la pendiente de fricción	Perfil de la superficie libre del agua
Onda dinámica completa	no permanente	no uniforme
Analogía de difusión	permanente	no uniforme
Onda cinemática	permanente	uniforme
Muskingum - Cunge	permanente	uniforme

En la ecuación 3.3 y el cuadro I se observa el tipo de condición y flujo que resultan al considerar algunos términos de la ecuación dinámica.

Por otra parte, la pendiente de fricción se calcula con las ecuaciones de flujo uniforme. Las fórmulas de fricción, del tipo de la de Manning o Chezy, permiten plantear el cálculo del gasto normal  $Q_n$  de la manera siguiente

$$Q_n = K \cdot A \cdot R^x \sqrt{s_0} \quad (3.4)$$

Para el caso en el que el flujo es no permanente,  $Q$  podría escribirse como

$$Q = K \cdot A \cdot R^x \sqrt{s_f} \quad (3.5)$$

Al sustituir la ecuación 3.3 en la 3.5, y después de tomar en cuenta la ecuación 3.4, se obtiene:

sonda cinemática

$$Q = Q_n \sqrt{1 - \frac{1}{s_0} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g s_0} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g s_0} \frac{\partial v}{\partial t}} \quad (3.6)$$

analogía de difusión  
onda dinámica completa

La ecuación anterior define la curva de aforo (figura 3.4) en cualquier sección del cauce.

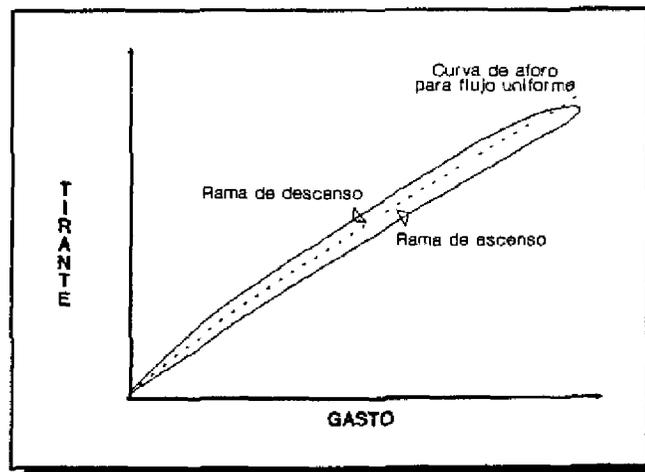


Figura 3.3 Curva de aforo (ecuación 3.6)

### 3.2 MÉTODOS PARA EL TRÁNSITO DE AVENIDAS

Para obtener la propagación de una avenida se requiere integrar las ecuaciones de continuidad y la dinámica. Para los problemas prácticos, el cálculo analítico de esta integración es casi imposible; sin embargo, para obtener soluciones aproximadas de dichas ecuaciones se han propuesto métodos numéricos.

### 3.2.1 Clasificación conceptual

De acuerdo con la información disponible se han escogido las ecuaciones a resolver para definir la creciente. En general las técnicas para el tránsito de avenidas se clasifican en dos categorías:

- Métodos hidrológicos o de almacenamiento
- Métodos hidráulicos o de proceso

#### a) Métodos hidrológicos

Estos métodos son los más numerosos y, en general, más simples. Se basan en el concepto de almacenamiento del agua y no incluyen los efectos de la resistencia del flujo. Se toma al río como una caja negra en la que su almacenamiento depende de los gastos de entrada y salida. Dicho almacenamiento se plantea en términos de algunos parámetros cuyos valores son particulares del río en estudio. Uno de los caminos para calibrar dichos parámetros consiste en simular el flujo, con ayuda de una computadora. Sus valores se cambian hasta obtener la mejor aproximación entre un hidrograma calculado y uno medido.

Los métodos hidrológicos se basan en la ecuación de continuidad y en una relación entre el almacenamiento en el cauce y los gastos de entrada y salida. Además requieren de conocer los hidrogramas correspondientes a una avenida en dos secciones transversales distintas.

Algunas de sus desventajas son:

- No consideran efectos locales de cambios en el perfil de la superficie libre del agua (por ejemplo, los remansos y el efecto de la marea).

- Suponen la existencia de una relación gastos - tirantes única a lo largo de un tramo dado, lo cual no corresponde con las observaciones realizadas; en ellas se observa que para un determinado nivel de la superficie libre del agua el gasto es mayor cuando el flujo se incrementa que cuando decrece (figura 3.3).

#### b) Métodos hidráulicos

Los métodos hidráulicos utilizan las ecuaciones de continuidad y de conservación de cantidad de movimiento para describir el flujo de agua en un cauce, tanto en el espacio como en el tiempo. El empleo de este tipo de métodos es cada vez más frecuente debido al mejoramiento de las técnicas numéricas; sin embargo, las demandas de la cantidad y calidad de la información restringe su aplicación práctica.

Dos desventajas son:

- La necesidad de una gran cantidad de información referente a las características del cauce, gastos, aportaciones laterales, etc.
- Requiere de un procedimiento de cálculo más extenso y detallado que los métodos hidrológicos.

#### 3.2.2 Clasificación cualitativa

Por otra parte, debido a que el empleo de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento es complicado, en ocasiones se utiliza una simplificación de la misma.

Con base en la ecuación 3.2, al suprimir los diferentes términos que la componen, la

clasificación resultante se muestra en el cuadro II.

**Cuadro II** *Clasificación de algunos modelos para el tránsito de avenidas*

	<b>SIMPLIFICACIÓN</b>	<b>MÉTODO DE SOLUCIÓN</b>
<b>Ecuaciones de Saint-Venant</b>	ninguna	Onda dinámica completa (ecuaciones 3.1 y 3.2)
	considerando que los términos de inercia son muy pequeños	Analogía de difusión (ecuación 3.7)
	despreciando los términos de inercia (aceleración convectiva y local) y el de presión	Onda cinemática (ecuación 3.8)
	sustituyendo la ec dinámica con una expresión lineal para el almacenamiento	Muskingum - Cunge (ecuación 3.15)

De acuerdo con Viessman (1977), los cuatro métodos de solución difieren no sólo por los términos de la ecuación 3.2 que incluyen, sino también con respecto a las hipótesis del flujo para el cálculo de la pendiente de fricción, ecuación 3.3 (cuadro I).

A grandes rasgos, las principales características de los esquemas que se muestran en el cuadro II son:

- *Modelo hidráulico*

Es el esquema más completo, ya que proporciona mejores resultados; sin embargo, es también el más complicado de aplicar.

Para este caso, se ha escogido un esquema numérico para flujo no permanente que es relativamente sencillo y tiene un requerimiento aceptable de información.

- *Modelo de la analogía de difusión*

Considera que debido a que los términos de inercia son tan pequeños, es posible despreciarlos y la ecuación dinámica queda de la forma siguiente:

$$s_0 = \frac{\partial y}{\partial x} + s_f$$

Al combinar la ecuación de continuidad con la simplificación correspondiente de la ecuación dinámica, se obtiene la conocida *ecuación convectiva-difusiva*:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \omega \frac{\partial Q}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (3.7)$$

donde

$$\omega = \left[ \frac{dQ}{dA} \right]_x = \frac{1}{T} \left[ \frac{dQ}{dy} \right]_x \quad (3.8)$$

$$\mu = \frac{Q}{2 T s_0} \quad (3.9)$$

- *Modelo cinemático*

Este modelo considera que los términos de inercia y de presión pueden ser despreciados, lo que equivale a suponer una relación biunívoca entre gastos y tirantes. La ecuación dinámica se reduce a:

$$s_f = s_0$$

y las ecuaciones de Saint Venant se reducen a una sola expresión conocida como la *ecuación de la onda cinemática*:

$$\frac{1}{\omega} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (3.10)$$

Este método describe satisfactoriamente el cambio de forma de la avenida pero no la atenuación de su gasto máximo.

- *Método de Muskingum-Cunge*

Se basa en el método hidrológico de Muskingum. Supone la existencia de una relación lineal entre los gastos de entrada y salida con el volumen de agua en un tramo del río. A diferencia del método de Muskingum, en aquél no es necesario el registro simultáneo de hidrogramas tanto a la entrada como a la salida del tramo de río en estudio. Los parámetros propios del método (para cuya calibración eran indispensable los hidrogramas) dependen únicamente de datos del cauce, con lo que se transforma en un método hidráulico; pasa a ser un método híbrido.

### 3.3 MÉTODOS HIDROLÓGICOS PARA EL TRÁNSITO DE AVENIDAS

El tránsito de avenidas con un método hidrológico, se basa en la ecuación de continuidad, que en forma de diferenciales y ya discretizada es<sup>1</sup>:

$$\frac{Q_j^t + Q_j^{t+1}}{2} - \frac{Q_{j+1}^t + Q_{j+1}^{t+1}}{2} = \frac{S^{t+1} - S^t}{\Delta t} \quad (3.11)$$

Este tipo de métodos requieren una segunda relación algebraica, entre los gastos de entrada y salida, que permita encontrar una solución para el flujo de salida cuando se conoce el flujo de

---

<sup>1</sup> El subíndice "j" representa la sección involucrada en el cálculo, mientras que "j+1" se refiere a la sección inmediata aguas abajo. Por su parte, el superíndice "t" referencía el intervalo de tiempo actual y "t+1" indica un intervalo de tiempo posterior.

entrada. Uno de los métodos mejor conocidos es el de Muskingum, que se basa en la suposición de una relación lineal entre los gastos a la entrada,  $Q_j$ , a la salida,  $Q_{j+1}$ , y el almacenamiento,  $S$ , de la forma:

$$S = K [\varepsilon Q_j + (1 - \varepsilon) Q_{j+1}] \quad (3.12)$$

donde  $K$  y  $\varepsilon$  son los parámetros del método y son determinados mediante una calibración, utilizando hidrogramas medidos a la entrada y salida del tramo en estudio.

Muchos investigadores han estudiado el método y discutido las implicaciones que conlleva su utilización. Cunge lo transforma de un método hidrológico a uno basado en principios hidráulicos.

Al derivar la ecuación 3.12 respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} K [\varepsilon Q_j + (1 - \varepsilon) Q_{j+1}] \quad (3.13)$$

que en forma discretizada se expresa como:

$$\frac{S^{t+1} - S^t}{\Delta t} = \frac{K}{\Delta t} [\varepsilon (Q_j^{t+1} - Q_j^t) + (1 - \varepsilon) (Q_{j+1}^{t+1} - Q_{j+1}^t)] \quad (3.14)$$

al sustituir esta expresión en la ecuación 3.11 se llega a la expresión

$$Q_{j+1}^{t+1} = C_1 Q_j^t + C_2 Q_j^{t+1} + C_3 Q_{j+1}^t \quad (3.15)$$

donde

$$C_1 = \frac{K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t}{K - K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t} \quad (3.16)$$

$$C_2 = \frac{-K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t}{K - K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t} \quad (3.17)$$

$$C_3 = \frac{K - K\varepsilon - \frac{1}{2} \Delta t}{K - K\varepsilon + \frac{1}{2} \Delta t} \quad (3.18)$$

Es importante aclarar que la determinación de los parámetros del método depende de su interpretación; así al relacionarlos con el modelo de convección-difusión (ecuación 3.7), se puede demostrar que la ecuación 3.14 es una aproximación de este último, siempre y cuando se cumplan las expresiones siguientes:

$$K = \frac{\Delta x}{\omega} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\omega \Delta x} \quad (0 < \varepsilon < 0.50) \quad (3.20)$$

Al mismo tiempo, los parámetros se pueden expresar en términos de las características hidráulicas y morfológicas del río. En ella  $\mu$  es un coeficiente de difusión que refleja la atenuación de la onda de la avenida que se calcula por medio de la ecuación 3.9 y  $\omega$  un coeficiente de traslación que depende de la forma de la sección transversal. Este último está definido por la ecuación 3.8 y también puede plantearse como una función de la velocidad media del flujo de acuerdo con la expresión siguiente:

$$\omega = P \cdot V_m \quad (3.21)$$

siendo  $V_m$  la velocidad media del flujo en el cauce (m/s),  $P$  es un parámetro en función de la forma de la sección transversal del cauce. En el cuadro III se definen algunos de sus valores.

Forma de la sección transversal	Valor del coeficiente $P$
Rectangular	5/3
Triangular	4/3
Parabólica	11/9

Cuadro III Valores del coeficiente "P", para diferentes secciones transversales

De acuerdo con la ecuación 3.15, es factible simular la avenida de dos diferentes maneras:

- Para cada  $\Delta t$  "barrer" todo el río, esto es, de la primera a la última sección (y avanzar de  $\Delta x$  en  $\Delta x$ ) e ir determinando el comportamiento de la avenida en cualquier sección del cauce, al mismo tiempo.
- Para cada  $\Delta x$  "barrer" en el tiempo cada una de las secciones (y avanzar de  $\Delta t$  en  $\Delta t$ ). En este caso se determinaría por completo el comportamiento de la avenida en cada sección.

Por otra parte, al añadir un término de gasto lateral  $q$  (en  $m^3/s/m$ ), el hidrograma a la salida del tramo en análisis se determina con esta expresión:

$$Q_{j-1}^{t-\Delta t} = C_1 Q_j^t + C_2 Q_j^{t-\Delta t} + C_3 Q_{j-1}^t + C_4 \quad (3.22)$$

donde

$$C_4 = \frac{q \Delta t \Delta x}{K (1 - \epsilon) + \frac{1}{2} \Delta t} \quad (3.23)$$

Para obtener resultados con suficiente aproximación Cunge propone seleccionar convenientemente los intervalos  $\Delta x$  (longitud de los tramos en que se subdivide el cauce) y  $\Delta t$  (lapso entre los cálculos). Para ello se define el parámetro siguiente

$$\lambda = \frac{\Delta x}{\omega \Delta t} \quad (3.24)$$

Con este parámetro se define un punto  $(\epsilon, \lambda)$  en la figura 3.5 que debe localizarse debajo de la curva mostrada en dicha figura. En caso contrario, el valor para  $\Delta t$  debe reducirse hasta ubicarlo en la zona de estabilidad.

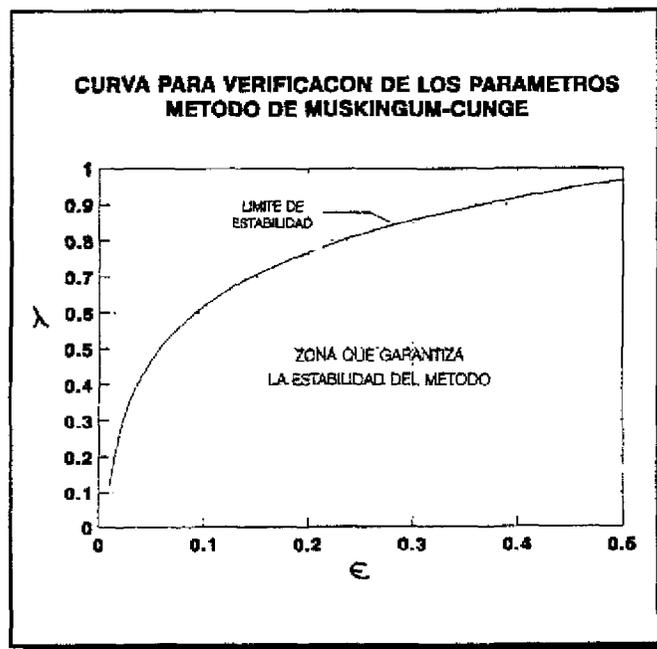


Figura 3.4 Relación para la estabilidad del método

### 3.4 MÉTODOS HIDRÁULICOS PARA EL TRÁNSITO DE AVENIDAS

Ante la dificultad de estimar la pendiente del fondo o la cota de fondo ( $z$ ) en los cauces naturales, en lugar de emplear la profundidad hidráulica ( $h$ ) se ha preferido manejar en las ecuaciones 3.1 y 3.2 a la elevación de la superficie libre del agua ( $y = h + z$ ) respecto a un plano horizontal de referencia.

Para la escritura en diferencias finitas de las ecuaciones 3.1 y 3.2 se toman en cuenta los volúmenes de control mostrados en la figura 3.6. Se emplea un criterio Lagrangiano, ésto es, como los volúmenes de control son constantes en el espacio solamente se modifica la profundidad hidráulica. Se establece que las elevaciones del agua en la sección  $i$  y en la  $i+1$  son respectivamente  $Y_{i,j}$  y  $Y_{i+1,j}$ . Además, en la sección  $i$  la velocidad de ingreso a ella es  $V_{i,j}$  y la de salida  $U_{i,j}$  y se supone que en la misma puede entrar al cauce o salir de él un gasto  $G_{i,j}$  (es positivo cuando es gasto de entrada y negativo si es gasto de salida). Las variables del flujo de agua están referidas al instante  $t = j\Delta t$  a una distancia  $x = i \Delta x$ .

Donde  $\Delta t$  es el intervalo de tiempo y  $\Delta x$  es la longitud entre las secciones  $i$  e  $i+1$ .

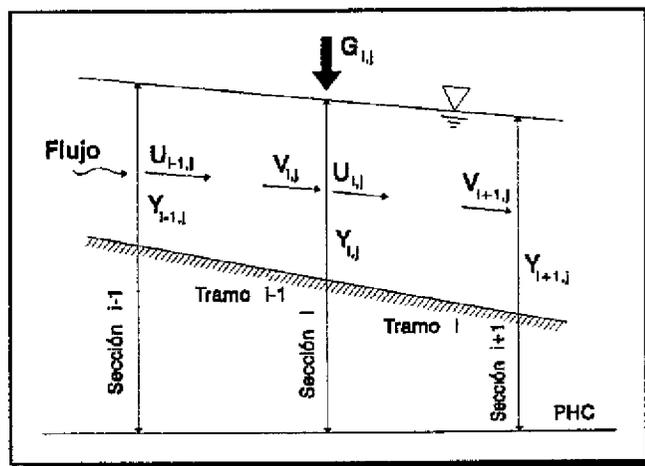


Figura 3.5 Secciones a lo largo del cauce

En el Apéndice A se demuestra que las velocidades de entrada y salida de la sección  $i$  están planteadas como

$$U_{i,j+1} = P_{i,j} Y_{i+1,j+1} + Q_{i,j} Y_{i,j+1} + R_{i,j} \quad (3.25)$$

$$V_{i,j+1} = S_{i,j} Y_{i-1,j+1} + T_{i,j} Y_{i,j+1} + W_{i,j} \quad (3.26)$$

En estas expresiones  $P_{i,j}$ ,  $Q_{i,j}$ ,  $R_{i,j}$ ,  $S_{i,j}$ ,  $T_{i,j}$  y  $W_{i,j}$  son coeficientes cuyo valor es conocido. Ellos dependen de la elevación del agua, velocidad del flujo, área hidráulica, ancho de superficie libre, radio hidráulico de la etapa de cálculo del tiempo  $t$ . También incluyen al coeficiente de rugosidad de la fórmula de Manning, aceleración de la gravedad, intervalos de tiempo y longitud; están definidos por las ecuaciones A.16 a A.21.

La ecuación de continuidad aplicada en la sección  $i$  permite escribir

$$A_{i,j} V_{i,j-1} = A_{i,j} U_{i,j+1} + (\theta G_{i,j-1} + (1 - \theta) G_{i,j}) \quad (3.27)$$

donde  $\theta$  es un factor de peso ( $0 \leq \theta \leq 1$ ).

Al tomar en cuenta las ecuaciones 3.25 y 3.26 se obtiene

$$\begin{aligned} T_{i-1,j} Y_{i-1,j-1} + (Q_{i,j} - S_{i-1,j}) Y_{i,j+1} + P_{i,j} Y_{i+1,j-1} \\ = W_{i-1,j} - R_{i,j} - \frac{1}{A_{i,j}} (\theta G_{i,j+1} + (1 - \theta) G_{i,j}) \end{aligned} \quad (3.28)$$

En la expresión anterior aparecen tres incógnitas, la elevación de la superficie libre del agua en las secciones  $i-1$ ,  $i$  e  $i+1$  para la etapa de cálculo  $j+1$ .

### 3.4.1 Condiciones de frontera

De acuerdo con el método de características, para el cálculo del flujo no permanente a superficie libre, cuando se tiene régimen subcrítico se requiere de una condición de frontera aguas arriba y otra aguas abajo. En este trabajo sólo se considera flujo subcrítico.

#### 3.4.1.1 Condición de frontera aguas arriba

En la primera sección ( $i = 1$ ) se propone como condición que el gasto de ingreso sea conocido.

De modo que el gasto ( $G_i$ ) promedio es igual al de salida  $A_{1,j} U_{1,j+1}$ , esto es

$$\theta G_{1,j+1} + (1 - \theta) G_{1,j} = A_{1,j} U_{1,j+1}$$

que al tomar en cuenta a la ecuación 3.25 para  $i=1$  resulta

$$Q_{1,j} Y_{1,j+1} + P_{1,j} Y_{1,j} = -R_{1,j} + \frac{1}{A_{1,j}} (\theta G_{1,j+1} + (1 - \theta) G_{1,j}) \quad (3.29)$$

#### 3.4.1.2 Condición de frontera aguas abajo

Se considera como condición de frontera una elevación de la superficie libre conocida, sea  $Y_F$ .

Las velocidades de flujo del último tramo son

$$U_{M-1,j+1} = P_{M-1,j} Y_F + Q_{M-1,j} Y_{M-1,j} + R_{M-1,j} \quad (3.30)$$

$$V_{M-1,j-1} = S_{M-2,j} Y_{M-1,j-1} - T_{M-2,j} Y_{M-2,j+1} + W_{M-2,j} \quad (3.31)$$

Al proponer la ecuación de continuidad en la penúltima sección ( $i = M - 1$ ) da lugar a

$$3T_{M-2,j} Y_{M-2,j+1} + (Q_{M-1,j} - S_{M-2,j}) Y_{M-1,j+1} = \\ W_{M-2,j} - R_{M-1,j} - \frac{1}{A_{M-1}} (\theta G_{M-1,j+1} + (1-\theta) G_{M-1,j}) - P_{M-1,j} Y_F \quad (3.32)$$

Para asegurarse que la descarga de esta sección sea con una elevación del agua mayor o igual a la mínima (la asociada al tirante crítico  $h_{c,j}$  para el instante  $j$ ) se emplea la siguiente ecuación

$$\frac{A_{c,j}}{B_{c,j}} = \frac{V_{M,j}}{g} \quad (3.33)$$

donde  $A_{c,j}$  es el área correspondiente al tirante crítico ( $m^2$ ),  $B_{c,j}$  el ancho de superficie correspondiente al tirante crítico (m) y  $V_{M,j}$  la velocidad de entrada (m/s) en la sección  $M$  para el instante  $j$ .

De este modo,  $Y_F$  está definido de la siguiente manera

$$Y_F = \begin{cases} h_F + Z_F & \text{si } h_F > h_{c,j} \\ h_{c,j} + Z_F & \text{si } h_F \leq h_{c,j} \end{cases} \quad (3.34)$$

donde  $Z_F$  es la elevación del fondo de la sección  $i = M$  (m) y  $h_F$  el tirante (m) conocido en tal sección.

### 3.4.2 Método de cálculo

Para obtener las elevaciones del agua en la etapa de cálculo se forma un sistema de ecuaciones de la manera siguiente:

a) Sección de aguas arriba del tramo en estudio ( $i = 1$ )

Se utiliza la ecuación asociada a la condición de frontera de aguas arriba; en este caso la ecuación 3.29.

b) Secciones intermedias ( $i = 2, 3, \dots, L - 1$ )

Se emplea la ecuación 3.28.

c) Sección de aguas abajo del tramo en estudio ( $i + 1 = L$ )

Se toma en cuenta a la condición de frontera de aguas abajo, se considera la ecuación 3.32.

De este modo, las ecuaciones de los incisos a, b y c forman un sistema de  $M-1$  ecuaciones lineales tridiagonal que tiene como incógnitas a las elevaciones  $Y_{i,j+1}$  (para  $i = 1, 2, \dots, M - 1$ ). En la tabla 3.2 se muestra la matriz ampliada de este sistema.

Una vez resuelto el sistema, las velocidades de llegada ( $V_{i,j+1}$ ) y las de partida ( $U_{i,j+1}$ ) son obtenidas a partir de las elevaciones  $Y_{i,j+1}$  por medio de las ecuaciones 3.25 y 3.26.

Tabla 3.2 Matriz ampliada del sistema de ecuaciones tridiagonal  
( M-1 renglones con M columnas )

$$\begin{bmatrix}
 Q_{1J} & P_{1J} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{1J} + \frac{1}{A_{1J}}(\theta G_{1J+1} + (1-\theta)G_{1J}) \\
 T_{1J} & (Q_{1J} - S_{1J}) & P_{1J} & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{1J} - R_{1J} + \frac{1}{A_{1J}}(\theta G_{2J+1} + (1-\theta)G_{2J}) \\
 0 & T_{1J} & (Q_{1J} - S_{1J}) & P_{1J} & 0 & 0 & 0 & W_{1J} - R_{1J} + \frac{1}{A_{1J}}(\theta G_{2J+1} + (1-\theta)G_{2J}) \\
 & \cdot & & & & & & \cdot \\
 & \cdot & & & & & & \cdot \\
 & \cdot & & & & & & \cdot \\
 & \cdot & & & & & & \cdot \\
 0 & 0 & 0 & 0 & T_{M-1J} & (Q_{M-1J} - S_{M-1J}) & P_{M-1J} & W_{M-1J} - R_{M-1J} + \frac{1}{A_{M-1J}}(\theta G_{M-1J+1} + (1-\theta)G_{M-1J}) \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{M-1J} & (Q_{M-1J} - S_{M-1J}) & W_{M-1J} - R_{M-1J} + \frac{1}{A_{M-1J}}(\theta G_{M-1J+1} + (1-\theta)G_{M-1J}) - P_{M-1J} P_F
 \end{bmatrix}$$

### 3.4.3 Gastos sobre los bordos del río

Cuando la elevación del agua excede la altura de los bordos se tiene un gasto de salida del río  
Este gasto se calcula con base en la ecuación de un vertedor de cresta ancha.

El gasto sobre el bordo del río puede corresponder a una descarga libre o a una ahogada de acuerdo con las elevaciones del agua en el río y en la llanura cercana a él.

Sean  $Z_R$ ,  $Z_C$ ,  $Z_L$  las elevaciones del agua en el río, del bordo y del nivel del agua en la llanura, respectivamente (figuras 3.6 y 3.7).

### 3.4.3.1 Descarga libre

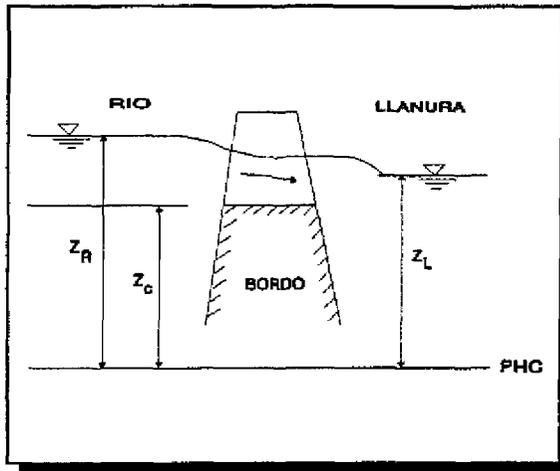


Figura 3.6 Descarga libre sobre el bordo del río

En este caso

$$\frac{2}{3} (Z_R - Z_c) > Z_L - Z_c \quad (3.35)$$

el gasto se obtiene por medio de la expresión

$$G = \phi_L (Z_R - Z_c)^{1.5} \quad (3.36)$$

donde

$$\phi_L = \mu_L b \sqrt{2g} \quad (3.37)$$

siendo  $b$  la longitud de bordo (m) donde existe vertido,  $g$  la aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ ) y  $\mu_L$  un coeficiente de descarga (aproximadamente igual a 0.54).

### 3.4.3.2 Descarga ahogada

Para este caso

$$\frac{2}{3} (Z_R - Z_c) < Z_L - Z_c \quad (3.38)$$

el gasto se calcula con esta ecuación

$$G = \phi_A (Z_L - Z_c) \sqrt{Z_R - Z_L} \quad (3.39)$$

donde

$$\phi_A = \mu_A b \sqrt{2g} \quad (3.40)$$

siendo  $\mu_A$  un coeficiente de descarga para el caso cuando

$$\frac{2}{3} (Z_R - Z_c) = Z_L - Z_c \quad (3.41)$$

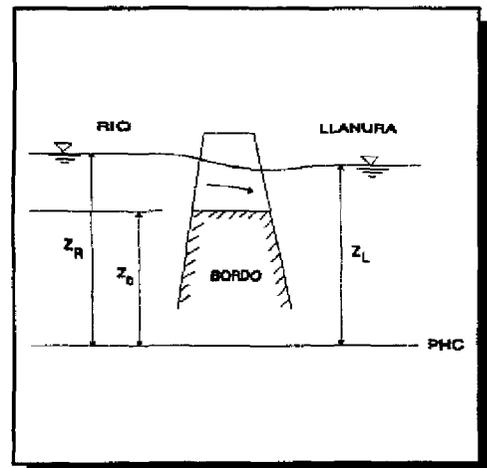


Figura 3.7 Descarga ahogada sobre el bordo del río

Las ecuaciones 3.36 y 3.39 deben dar el mismo gasto. Para que ello ocurra se requiere cumplir que

$$\phi_L (Z_R - Z_c)^{1.5} = \phi_A (Z_L - Z_c) \sqrt{Z_R - Z_L}$$

al considerar 3.41 y después de simplificar se llega a

$$\phi_L = \phi_A \left[ \frac{2}{3} \right] \left[ \frac{1}{3} \right]^{\frac{1}{2}}$$

o sea

$$\phi_L = 0.3849 \phi_A \tag{3.42}$$

De modo que manteniendo la relación 3.42 entre los coeficientes de descarga libre y ahogada se tiene congruencia en ambas ecuaciones de gasto.

Al considerar el tiempo que persisten los gastos sobre los bordos, se obtiene el volumen de inundación de la avenida transitada por el cauce.

Los gastos de desbordamiento aparecen descritos como  $G_{ij}$  en el método de simulación (ecuación 3.27).

### 3.5 ALGORITMO DEL MÉTODO DE SIMULACIÓN DE FLUJO

De acuerdo con las ideas expuestas, el método propuesto consiste en los pasos siguientes:

1. Leer datos de las secciones transversales de fondo, coeficientes de rugosidad, distancia entre secciones, etc.

2. Hacer  $j = 1$
3. Leer valores iniciales de elevaciones de agua y velocidades

$$Y_{i,1}, U_{i,1}, V_{i+1,1}$$

4. Leer hidrograma de entrada en la primera sección ( $i = 1$ )

$$G_{1,1}, G_{1,2}, G_{1,3}, \dots$$

5. Determinar  $Y_F$  con la ecuación 3.34. Se considera

$$- Y_{M,j+1} = Y_F -$$

6. Desde  $i = 1$  hasta  $M - 1$  calcular, con las expresiones A.16 a A.21, los coeficientes

$$P_{i,j}, Q_{i,j}, R_{i,j}, S_{i,j}, T_{i,j} \text{ y } W_{i,j}$$

7. Definir los coeficientes y términos independientes del sistema de ecuaciones lineales (Tabla 3.1). Se usan las ecuaciones 3.29, 3.28 y 3.32.

8. Al resolver el sistema de ecuaciones lineales tridiagonal se dispone de las elevaciones

$$Y_{i,j+1}$$

9. Calcular con las expresiones 3.25 y 3.26 las velocidades

$$U_{i,j+1} \text{ y } V_{i,j+1}$$

10. Calcular los gastos de desbordamiento
11. Considerar que  $j$  es igual a  $j+1$
12. Si  $j$  no excede el número de etapas de cálculo de interés ir al paso 5, de otro modo, concluye el método.