

# CAMBIOS TEMPORALES DEL VALOR DE *b*: POSIBLES CORRELACIONES CON EL TREMOR VOLCÁNICO Y LOS CAMBIOS GEOQUÍMICOS DE LAS FUENTES TERMALES DEL TUNGURAHUA

C. Indira Molina P.  
Mario C. Ruiz

1 Instituto Geofísico/  
Departamento de  
Geofísica. Escuela  
Politécnica Nacional,  
Quito.

## Resumen

En este estudio se calculó el valor de *b* para eventos volcano-tectónicos, por el método de máxima verosimilitud con ventanas de 100 eventos sobrelapadas el 50%. Se encontraron cinco picos importantes: de septiembre a octubre/1995  $b = 1.295$  ( $\delta = 0.081$ ), de junio a diciembre/1996  $b = 1.399$  ( $\delta = 0.084$ ), de enero a febrero/1999  $b = 1.370$  ( $\delta = 0.083$ ), de marzo a mayo/1999  $b = 1.427$  ( $\delta = 0.084$ ) y de junio a julio/1999  $b = 2.120$  ( $\delta = 0.104$ ). Al parecer, dichos picos de *b* se encuentran antecedidos por saltos importantes en la curva de energía del tremor volcánico, lo cual sugiere que existe una posible correlación entre la actividad sísmica y tremórica. Durante este período, la evolución espectral del tremor volcánico muestra que existen tres grupos predominantes de frecuencias: (1) alrededor de 0.5 Hz, (2) alrededor de 2 Hz y (3) alrededor de 5 Hz. La frecuencia alrededor de 2 Hz es más común a través de todo el tiempo y presentó una buena correlación temporal con las precipitaciones. En cambio las frecuencias de los grupos (1) y (3) aparecen justo antes del primer pico de *b* en 1999. Este hecho más el incremento del valor de *b* registrado en aquella época podrían estar indicando un mayor flujo de calor evidenciado en una alta actividad fumarólica y en el inicio de la actividad eruptiva del volcán.

## Abstract

In this study the *b* value for volcano-tectonic events was calculated by the maximum verosimilitud method using windows of 100 overlapping events. Five important peaks were found: September to October, 1995,  $b = 1.295$  ( $\delta = 0.081$ ); June to December 1996,  $b = 1.399$  ( $\delta = 0.084$ ); January to February, 1999  $b = 1.370$  ( $\delta = 0.083$ ); March to May 1999,  $b = 1.427$  ( $\delta = 0.084$ ) y de June a July/1999  $b = 2.120$  ( $\delta = 0.104$ ). It appears that these peaks of the *b* value are preceded by important jumps in the volcanic tremor energy curve, suggesting a possible correlation between the seismic and tremoric activity. During this period, the spectral evolution of the volcanic tremor shows the existence of 3 predominant frequency groups: 1./ around 0.5 Hz, 2./ around 2 Hz and 3./ around 5 Hz. The frequency centered around 2 Hz is the most common over all the time periods considered and presents a good temporal correlation with the precipitation regime. On the other hand the frequencies of groups 1 and 3 appear right before the first *b* peak in 1999. This fact plus the increase in the *b* value registered at the time could be indicative of a greater heat flux which was apparent by the increased fumarolic activity and the beginning of the eruptive activity of the volcano.

gorkiruiz@hotmail.com

## INTRODUCCIÓN

Ishimoto e Iida (1939), Gutenberg y Richter (1944, 1949) propusieron la relación empírica entre la frecuencia de ocurrencia y la magnitud de los sismos en una ecuación logarítmica de la forma:

$$\log_{10} N(M) = a - bM \quad (1)$$

donde *M* es magnitud, *N*(*m*) es el número de sismos de magnitud  $\geq M$  que ocurren en cierta región durante cierto período; “*a*” es una constante que depende del período de tiempo tomado y “*b*” es la pendiente de la relación denominada valor de *b*.

Mogi (1962) y Vinogradov (1959, 1962) estudiaron experimentalmente la relación frecuencia-magnitud de los eventos de microfractura en roca. Un resultado sorprendente fue

que esta relación es la misma dada por la relación de Gutenberg y Richter en la ecuación (1). En esta relación, el valor de  $b$  es la pendiente de la recta de mejor ajuste entre el logaritmo del número de eventos observados a una magnitud dada, y la magnitud. Este valor es inversamente proporcional a la magnitud media, por lo que diferencias en el valor de  $b$  reflejan diferentes tamaños de grietas promedio que generan sismos (Power *et al.*, 1998).

## VALORES DE $b$ REPORTADOS EN EL MUNDO

Los valores de  $b$  son generalmente cercanos a 1 en muchos lugares de la corteza terrestre (Fronlich, C. y Davis, S., 1994). Sin embargo en varias regiones volcánicas el valor de  $b$  suele ser mucho más alto, algunas veces muy cercano a 2. Particularmente para sismos volcánico-tectónicos tipo A el valor de  $b$  es alrededor de 1.5 (Minakami, T., 1974). Mediante el estudio experimental en muestras de roca sometidas a cargas mecánicas encuentran que los valores de  $b$  son normalmente cercanos a 1 (Mogi, K., 1962, Scholz, C.H., 1968). Por otra parte, en pruebas de laboratorio consistentes en aplicar amplios gradientes térmicos sobre muestras de roca no confinadas, se encontró que los valores de  $b$  variaron entre 1 y 3 (Warren, N., y Latham, G., 1970). Para enjambres sísmicos el valor de  $b$  suele ser bien distinto de 1 y pueden alcanzar valores altos, cerca de 2.5 (Mogi, K., 1962). En el Volcán Off-Ito se encontró que las regiones que presentaban los valores más altos de  $b$  reflejan condiciones altamente fracturadas rodeando las cámaras magmáticas, mientras que los valores de  $b$  "normales" (es decir menores que 1) se encontraron en áreas circundantes (Wyss, M. *et al.*, 1997). En la caldera de Long valley se encontraron valores de  $b$  que variaron entre 0.6 y 2, los valores más altos estaban cerca del domo resurgente (Wiemer, S. *et al.*, 1998). En el Volcán Soufriere Hills el valor de  $b$  varió entre 0.5 y 1.5, estos valores tan altos fueron explicados como el resultado de un incremento en la heterogeneidad, temperatura y condiciones de esfuerzo en el medio.

## FACTORES QUE INFLUYEN EN EL VALOR DE $b$

Entre los factores que pueden alterar el valor de  $b$ , se encuentran los cambios en la heterogeneidad del material (Mogi, K., 1962), es decir que el valor de  $b$  aumenta proporcionalmente con la heterogeneidad y densidad de grietas en la roca. Scholz (1968) observó que el valor de  $b$  disminuye marcadamente con un incremento en el esfuerzo aplicado. Mogi (1962) y Wyss (1973) encuentran que el estado de esfuerzos más que la heterogeneidad del material, juega el papel más importante en la determinación del valor de  $b$ . Warren y Latham (1970) sugirieron que el fracturamiento producido por esfuerzo térmico da como resultado valores de  $b$  muy altos.

## DATOS

Como bien se sabe, un catálogo contiene información de períodos irregulares de tiempo de observación (y por lo tanto de obtención de datos) por lo que se presentan desviaciones importantes en la zona lineal de la regresión Gutenberg-Richter (Weichert, D., 1980; Bender, B., 1983). Para minimizar lo anteriormente dicho, los datos tomados para calcular el valor de  $b$  fueron obtenidos de la base de datos a partir del sistema analógico, ya que los registros digitales son incompletos porque los eventos muy pequeños (probablemente de magnitudes menores de 1.7) no se graban por las condiciones de detección del sistema de adquisición. Así el valor de  $b$  fue calculado con 2153 eventos clasificados como volcánico-tectónicos. Las magnitudes fueron determinadas por medidas de codas de los eventos en la estación de Mson, usando la expresión:

$$M_D = \alpha + \beta \log \tau + \delta \Delta \quad (2)$$

Donde:  $a$ ,  $b$  y  $d$  son constantes determinadas por consideración de varios sismos referencia de magnitudes conocidas (Lee *et al.* (1972) encontraron  $a = -0.87$ ,  $b = 2$  y  $d = 0.0035$ ),  $t$  es la duración del evento en una estación y  $D$  es la distancia focal del sismo a la estación.

## MÉTODO Y RESULTADOS

Existen dos métodos para calcular las constantes "a" y "b" de la ecuación (1): mínimos cuadrados y máxima verosimilitud (Mogi, 1962; Aki, 1965; Utzu, 1974; Weichert, 1980). Mediante el método de mínimos cuadrados se calculó la recta de mejor ajuste a partir de la dispersión de datos que resulta de graficar  $\log(N)$  Vs  $M$ , cuya pendiente  $b$  sería el valor de  $b$  y el intercepto con el eje  $M$  la constante "a" o magnitud máxima esperada ( $m_{\max}$ ). Asimismo el valor de  $b$  se calculó mediante el método de máxima verosimilitud que a su vez utiliza el método iterativo de Newton-Raphson (Press, W. H., 1986) que tiene en cuenta la magnitud media regional esperada  $E(m)$  descrita por Bender (1983) y el valor de  $b$  calculado por Aki (1965). Al calcular el  $b$  para todo el catálogo, se tomaron dos valores supuestos de magnitud de mínima homogeneidad ( $m_0$ ), los resultados de ello muestran una diferencia muy pequeña para el mismo método (figura 1), sin embargo los valores de  $b$  calculados de un método a otro muestran una diferencia del 48% para una  $m_0 = 1.65$  y del 62% para una  $m_0 = 1.75$ . En la figura 1, se puede observar que sobre una magnitud de 3.4, la relación de Gutenberg-Richter no es lineal, lo cual puede ser debido a un catálogo incompleto y/o a que esta ley no es totalmente aplicable en ambientes volcánicos.

El método de máxima verosimilitud es una técnica de mayor solidez que la de mínimos cuadrados y se acerca

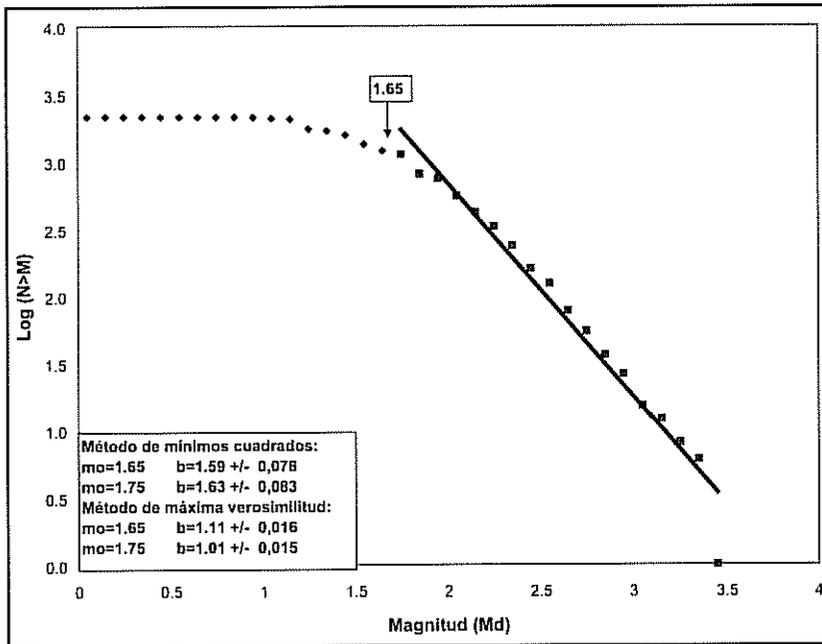


Figura 1. Distribución de Gutenberg-Richter para eventos volcano-tectónicos. Obsérvese que se tomaron dos valores de  $m_0$ , con sus correspondientes valores de  $b$  mediante los dos métodos.

VARIACIÓN TEMPORAL DE  $b$

Para calcular el valor de  $b$  en el tiempo, se tomaron ventanas de 100 eventos sobrelapadas el 50% de manera consecutiva. El promedio de las desviaciones estándar del cálculo de  $b$  en las diferentes épocas por el método de mínimos cuadrados es de 0.121, mientras que por máxima verosimilitud es de 0.075, por lo cual se toma este método como el que más se ajusta a los

más al valor real de  $b$  cuando el número de sismos grandes es variable (Sha y Bolt, 1982). Por otra parte, el método de mínimos cuadrados ajusta los valores a una recta en función de la densidad de datos que existan en una determinada zona (Press *et al.*, 1987), que a diferencia del método de máxima verosimilitud ajusta la recta al valor medio de los datos sobre la magnitud mínima de homogeneidad, incluida la máxima magnitud observada (Weichert, 1980; Press *et al.*, 1987) lo que a su vez normaliza el aporte que hacen los sismos de diferentes magnitudes. Estas diferencias permiten explicar que el valor de  $b$  que mejor reflejaría el estado de esfuerzos en el Volcán Tungurahua es el hallado mediante el método de máxima verosimilitud con una  $m_0$  de 1.65. Se escoge esta  $m_0$  pues la diferencia en los resultados de  $b$  con ambos métodos es mucho más pequeña que la obtenida con una  $m_0$  de 1.75.

Así que para calcular las ventanas temporales de  $b$  se tuvo en cuenta una  $m_0$  de 1.65 y una  $m_{max}$  de 3.8. De esta manera se obtuvieron 5 picos y 3 valles importantes en la "curva" temporal de  $b$  (figura 2). Los cinco picos máximos importantes ocurrieron de septiembre a octubre de 1995  $b = 1.295$  ( $\delta=0.081$ ), de junio a diciembre de 1996  $b = 1.399$  ( $\delta=0.084$ ), de enero a febrero de 1999  $b = 1.370$  ( $\delta=0.083$ ), de marzo a mayo de 1999  $b = 1.427$  ( $\delta=0.084$ ), de junio a julio de 1999  $b = 2.120$  ( $\delta=0.104$ ). Mientras que los 3 picos mínimos fueron observados de enero a diciembre de 1994  $b = 0.571$  ( $\delta=0.04$ ), de diciembre de 1995 a junio de 1996  $b = 0.833$  ( $\delta=0.061$ ) y de noviembre de 1997 a agosto de 1998  $b = 0.686$  ( $\delta=0.05$ ).

Dentro de las variables que podrían influir en el cálculo de  $b$  se encuentran directamente relacionadas el cálculo de la magnitud para cada evento y el número de eventos de determinada magnitud. Con el fin de observar qué variables influían en dicho cálculo se observó

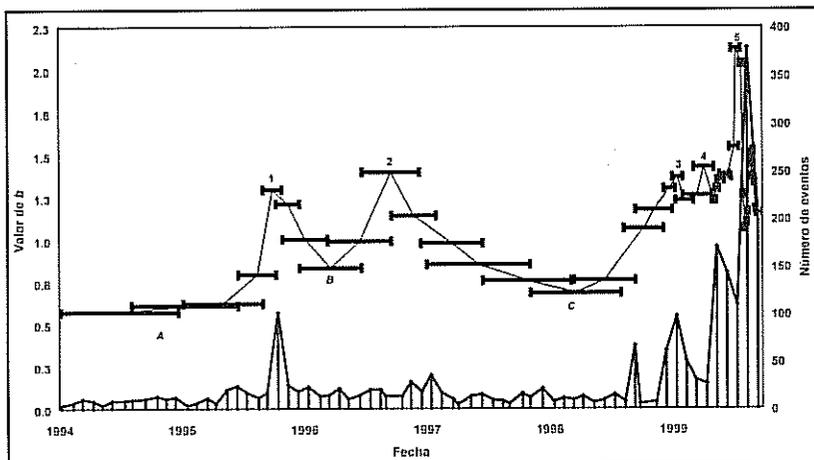


Figura 2. Variación temporal de  $b$ : con números de 1 a 5 se señalan los picos máximos más importantes: septiembre a octubre de 1995  $b = 1.295$  ( $\delta=0.081$ ), de junio a diciembre de 1996  $b = 1.399$  ( $\delta=0.084$ ), de enero a febrero de 1999  $b = 1.370$  ( $\delta=0.083$ ), de marzo a mayo de 1999  $b = 1.427$  ( $\delta=0.084$ ), y de junio a julio de 1999  $b = 2.120$  ( $s=0.104$ ). Con letras de A a C se señalan picos mínimos más importantes: de enero a diciembre de 1994  $b = 0.571$  ( $\delta = 0.04$ ), de diciembre de 1995 a junio de 1996  $b = 0.833$  ( $\delta = 0.061$ ) y de noviembre de 1997 a agosto de 1998  $b = 0.686$  ( $\delta = 0.05$ ) (Observado en la estación de MSON).

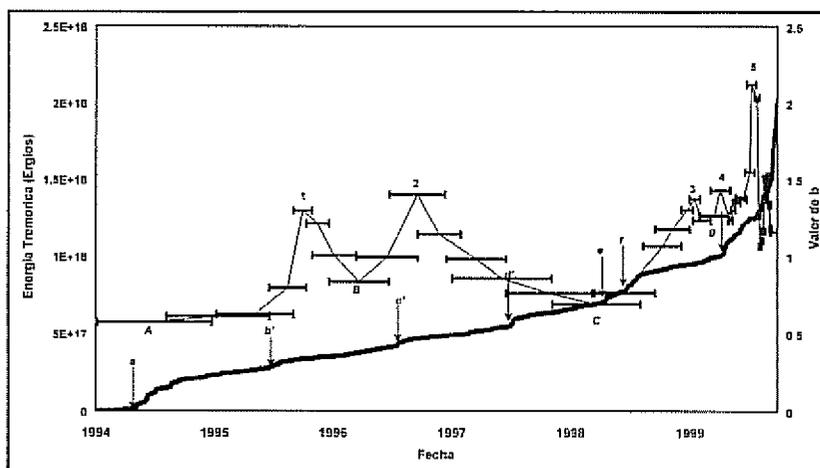


Figura 3. Variación temporal del valor de  $b$  y de la energía tremórica acumulada. Las flechas señalan los saltos en la curva de energía acumulada del tremor (observado en la estación de MSON).

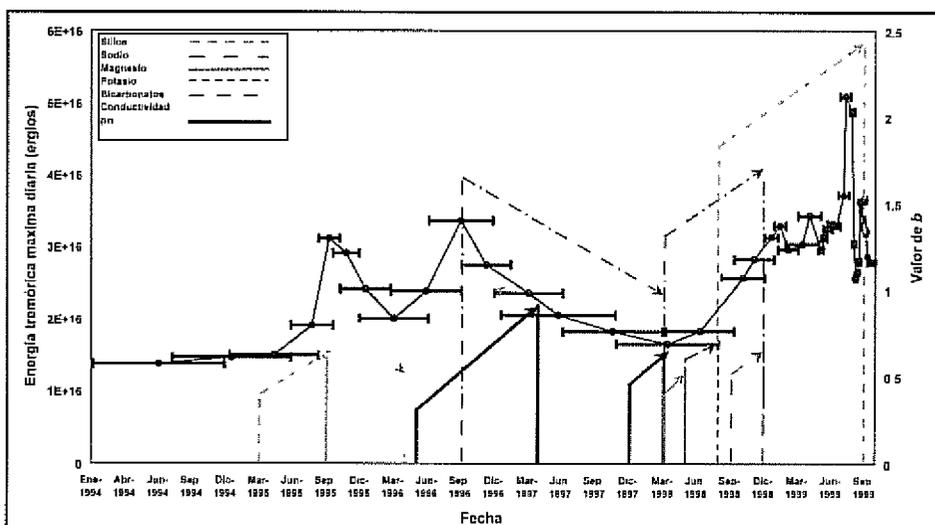
que la diferencia entre los tiempos de arribo de las Ondas S y P ("S-P") jugaba un papel bien importante, de tal manera que un fuerte aumento en dicho parámetro en Septiembre de 1996 podría haber afectado el resultado incremental de  $b$ . Respecto a la duración del evento, este parece ser parte influenciado en el cálculo de  $b$  durante enero, abril y junio de 1999, de tal forma que un leve incremento de la duración corresponde directamente con un aumento en el valor de  $b$ . En octubre de 1995 y julio de 1999 el incremento en el valor de  $b$  podría estar relacionado directamente con el número de sismos.

### CORRELACIÓN ENTRE CAMBIOS DE $b$ Y LA ACTIVIDAD TREMÓRICA

Con el objeto de determinar un suficiente número de correlaciones entre los distintos tipos de actividad sísmica, se plotó la curva de energía tremórica acumulada con la "curva" del valor de  $b$  (figura 3). Los picos máximos de  $b$  se encuentran inmediatamente precedidos por saltos importantes en la curva de energía del tremor volcánico, lo cual sugiere que existe una correlación en-

tre la actividad sísmica y tremórica. Únicamente dos saltos en la curva de energía acumulada del tremor en febrero y julio de 1997 no anteceden de manera inmediata un pico máximo de  $b$ , probablemente estos saltos se deban al pico de  $b$  ocurrido entre julio y diciembre de 1996, o tal vez ellos sigan precediendo el siguiente pico de  $b$  ocurrido entre enero y febrero de 1999. Igualmente, hay una excepción con el pico 4, el cual coincide con el mayor salto en la curva de energía tremórica acumulada comprendida entre los meses de abril y mayo de 1999. Por otro lado, las frecuencias altas (alrededor de 5 Hz) y bajas (alrededor de 0.5 Hz) del tremor volcánico aparecen justo antes del primer pico de  $b$  en 1999. Este hecho, más el incremento del valor de  $b$  registrado en aquella época, podría estar indicando un mayor flujo de calor que fue evidenciado en una alta actividad fumarólica y en el inicio de la actividad eruptiva del volcán.

### CORRELACIÓN CON CAMBIOS GEOQUÍMICOS



En el Tungurahua hay 4 fuentes termales que son monitoreadas desde 1994. Dichas fuentes se encuentran localizadas en los flancos NE y SW del volcán, entre 3.3 y 9.3 km de distancia desde la cumbre. En di-

Figura 4. Correspondencia entre los cambios del valor de  $b$  y los cambios geoquímicos registrados. Las flechas hacia arriba indican incrementos, y las flechas hacia abajo indican disminución del patrón geoquímico.

chas fuentes se han medido distintos parámetros geoquímicos que pueden ser interpretados como informadores potencialmente útiles de la actividad hidrotermal ya que mientras hay ascenso de magma, los cambios en las condiciones subterráneas son reflejados en las composiciones de los gases y compuestos químicos disueltos y emitidos por las fuentes termales, y fumarólicas del volcán.

Las concentraciones de **Sílice, Sodio, Potasio, Magnesio** y **Bicarbonatos** presentes en las fuentes termales crecieron y decrecieron simultáneamente con los **cambios temporales del valor de  $b$**  (figura 4). Solo en dos casos excepcionales como el **pH** y la **conductividad** parecen haber seguido incrementándose pese a los descensos del valor de  $b$ , de tal manera que ello podría ser el resultado de que el efecto de la excitación magmática subsista después de un corto período de calma y/o intensa actividad.

## DISCUSIÓN

**E**n definitiva, desde marzo a abril de 1995 el valor de  $b$  viene aumentando llegando a un pico máximo entre septiembre y octubre de 1995, ello coincide a su vez con un aumento en la frecuencia y energía del tremor, además del incremento en el número de sismos volcanotectónicos. Sin embargo, vale la pena mencionar que la energía tremórica tiene su máximo en abril de 1995. El descenso de  $b$  se hace paulatino desde octubre de 1995 hasta fines de marzo de 1996 y ello coincide con un descenso en la energía tremórica. Luego, desde fines de marzo de 1996 el  $b$  vuelve a aumentar llegando a un pico máximo de junio a diciembre de 1996, antes de este pico máximo fue posible observar dos picos máximos en la energía tremórica uno en mayo y otro en julio de 1996. Desde septiembre de 1996 el valor de  $b$  disminuye paulatinamente hasta agosto de 1998, sin embargo se registran dos picos importantes en la energía tremórica en febrero y julio de 1997 y en enero de 1998 que podrían o no coincidir con la disminución de  $b$  o incluso ser "causa" del siguiente ascenso en  $b$  desde marzo de 1998 hasta registrarse un pico máximo entre enero y febrero de 1999. Seguido a lo anterior ocurre un pico máximo de energía tremórica a inicios de marzo de 1999, el cual coincide con un pico máximo de  $b$  registrado entre marzo y mayo de 1999. Después de éste último pico de  $b$  inmediatamente ocurren varios picos de energía tremórica antes de llegar al máximo pico de  $b$  registrado en este período de estudio. Después de este pico, aunque el valor de  $b$  disminuye un poco, la energía tremórica llega a su máximo valor registrado desde enero de 1994. Es importante notar dos aspectos que se relacionan. A pesar de que el valor de  $b$  disminuye drásticamente hasta agosto de 1998 y después de julio de 1999 la energía tremórica continúa aumentando sin obedecer el patrón que hasta el momento se registraba, ello puede ser indicio de un efec-

to de reacción debido a los picos máximos de  $b$  registrados de junio a diciembre de 1996 y de junio a julio de 1999. Así que en estas épocas aún no hay claridad entre estos dos fenómenos y cualquiera de ellos podría ser la causa del otro.

## CONCLUSIONES

**L**os valores de  $b$  (entre 1 y 2.5) obtenidos en el presente estudio son tan altos como los hallados experimentalmente por Warren y Latham (1970). Como es de esperarse, estos valores de  $b$  son consistentes para actividad sísmica relacionada con volcanismo donde amplios gradientes termales podrían ser esperados. Ello, permite inferir que los esfuerzos internos en el Volcán Tungurahua podrían corresponder principalmente a efectos termales. Dichos valores fueron importantes entre septiembre y octubre de 1995, junio a diciembre de 1996, enero a febrero de 1999, marzo a mayo de 1999 y junio a julio de 1999. Igualmente, un esfuerzo no uniforme en dichos períodos podría haber propiciado valores de  $b$  tan altos, mientras que, los valores de  $b$  más bajos (entre 0.5 y 1) ocurridos entre enero y diciembre de 1994, diciembre de 1995 y junio de 1996, noviembre de 1997 y agosto de 1998, podrían estar relacionados con un aumento del esfuerzo aplicado que justamente antecedió la formación de una(s) fractura(s) macroscópica(s) que tuvieron lugar en los períodos en que se produjeron los valores de  $b$  más altos.

Debido a que cambios en el estado de esfuerzos del volcán podrían facilitar variaciones en el comportamiento de los fluidos internos, se intentó hacer correlaciones entre el valor de  $b$  y las actividades tremórica y geoquímica. De esta forma, se identificó que el incremento en la concentración de bicarbonatos, sodio, magnesio y sílice coincidió con un aumento en el valor de  $b$  lo cual estaría indicando un aporte magmático. Igualmente, la temperatura, conductividad y pH suministraron cambios que estuvieron de acuerdo con la variación del valor de  $b$ . Los incrementos de conductividad indican un aumento en la concentración de sales en las fuentes termales, lo cual implícitamente estaría reflejando que cuando hubo un mayor aporte magmático este valor aumentó. Por otra parte, probablemente los incrementos en el pH (indicador del grado de acidez o alcalinidad del medio acuoso) tuvieron relación con el tipo de magma que ascendió. De acuerdo con análisis químicos de la ceniza que emitió el Volcán Tungurahua en noviembre de 1999 se sugiere que la intrusión magmática que ascendió corresponde a una andesita. Nótese que una andesita requiere un buen porcentaje de  $\text{SiO}_2$  y por lo tanto de  $\text{H}_2\text{O}$  que pudieron haberse descompuesto dando como resultado una alta concentración de hidrogeniones que elevaron el pH un mes antes del inicio del ciclo eruptivo como tal.

En cuanto a la actividad tectónica, se observó que las frecuencias alrededor de 0.5 y 5 Hz aparecen justo antes del primer pico de *b* en 1999, mientras que las frecuencias alrededor de 2 Hz no presentaron ningún cambio relacionable con el valor de *b*. Ello, más los altos valores de *b* registrados en aquella época podrían estar reflejando el inicio de una actividad térmica anormal lo cual fue evidenciado en una alta actividad fumarólica y el inicio de la subsiguiente actividad eruptiva en octubre de 1999.

## REFERENCIAS

- Aki, K., 1965. Maximum likelihood estimate of *b* in the formula  $\log N = a - bM$  and its confidence limits. *Bull. Earth. Res. Inst. Tokyo Univ.* 43, p. 237-239.
- Bender, B., 1983. Maximum likelihood estimation of *b* values for magnitude grouped data. *Bull. Seism. Soc. Am.* Vol. 73, p. 831-851.
- Fronlich, C., y Davis, S., 1994. Tectoseismic *b* values: Or much ado about 1.0. *J. Geophys. Res.* 98, p. 631-634.
- Gutenberg, B., y Richter, C.F., 1944. Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am.* 34, p. 185-188.
- Gutenberg, B., y Richter, C.F., 1949. *Seismicity of the earth*. Princeton Univ Press.
- Ishimoto, M., e Iida, K., 1939. Observations of earthquakes registered with the microseismograph constructed recently. *Bull. Earthq. Res. Int.* 17, p. 443-478.
- Lee, W.K H., Bennett, R.E., y Meagher, K.L., 1972. A method of sumating magnitude of local earthquakes from signal duration. *Geol. Surv. Open-file Rep.* 28.
- Mogi, K., 1962. Study of elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and its relations to earthquake phenomena. *Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo Univ.* 40. 125 p.
- Power, J.A., Wyss, M., y Latchman, J., 1998. Spatial variation in the frequency-magnitude distribution of earthquakes at Soufriere Hills Volcano, Monserrat, West Indies. *J. Res. L.* Vol. 25, No 19, p 3653-3656.
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., y Vetterling, W. T., 1986. *Numerical Recipes*, 818 pp.
- Sha, Y., y Bolt, B.A., 1980. The standard error of the magnitude-frequency *b* value. *Bull. Seism. Soc. Am.* Vol. 72, p. 1677-1687.
- Scholz, C.H., 1968. The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.* Vol. 58, No1, p. 399-415.
- Seismology of volcanoes in Japan. En: *Physical volcanology developments in solid earthquake geophysics*, Editado por Civetta *et al.* Vol. 6, p. 1-27.
- Utzu, T., 1974. A three-parameter formula for magnitude distribution of earthquakes. *J. Phys. Earth.* 22, p. 71-85.
- Vinogradov, S.D., 1959. On the distribution of the number of fractures in dependence on the energy liberated by the destruction of rocks. *Bull. (Izv) Acad., Sci. USSR Geophys. Ser.* 12, p. 1850-1852.
- Vinogradov, S.D., 1962. Experimental study of the distribution of the number of fractures in respect to the energy liberated in the destruction of rocks. *Bull. (Izv) Acad., Sci. USSR Geophys. Ser.* p. 171-180.
- Warren, N., y Latham, G., 1970. An experimental study of thermally induced microfracturing and its relation to volcanic seismicity. *J. Geophys. Res.* Vol. 75, No. 23, p. 4455-4464.
- Weichert, D., 1980. Estimation of earthquake recurrence parameters for unequal observations for different magnitudes. *Bull. Seism. Soc. Am.* 70, p. 1337-1346.
- Wiemer, S., McNutt, S., y Wyss, M., 1998. Temporal and three-dimensional spatial analyses of the frequency-magnitude distribution near Long-Valley Caldera, California. *Geophys. J. Int.* 134, p. 409-421.
- Wyss, M., 1973. Towards a physical understanding of the earthquake frequency distribution. *J. R. Astr. Soc.* 31, p. 341-359.
- Wyss, M., Shimasaki, K., y Wiemer, S., 1997. Mapping active magma chambers by *b*-values beneath off Ito Volcano, Japan. *J. Geophys. Res.*, in press.