CALIBRACION SISMOMETROS DE CORTO PERIODO

Betty Silva P., Roberto Torres C. y Ricardo Torres M.
INGEOMINAS – Centro Operativo Regional Pasto
e-mails: bsilva@ingeomin.gov.co / rtorres@ingeomin.gov.co / rrt@ingeomin.gov.co

Resumen

La respuesta del sismómetro pendular, compuesto de una masa M sujeta a un punto del terreno mediante un resorte y un amortiguador, ante un movimiento $u(t)$, es la superposición de todas las fuerzas que actúan en la masa: $d^2\xi/dt^2+2\varepsilon d\xi/dt+\omega_0\xi=-d^2u/dt^2$, donde ε =factor de amortiguamiento y ω_0=frecuencia natural angular. De la ecuación anterior se define la *respuesta en amplitud al desplazamiento senosoidal del terreno* $|X(\omega)|_d$ y el *retardo en fase* $\phi(\omega)$. Atendiendo la parte electromagnética del sensor se tiene que $2\varepsilon=G^2/[(R_o+R_s)M]$ siendo G=constante del motor.

En el cálculo de la respuesta instrumental de los sismómetros usamos dos metodologías, dependiendo si tienen o no bobina de calibración y de las condiciones de amortiguamiento que se desean tener. La primera consiste en inyectar una señal senosoidal con voltaje y frecuencia conocidas a la bobina de calibración para establecer la salida en la bobina de señal, y teniendo en cuenta: la corriente a través de la bobina de calibración, la fuerza que hace mover la masa y la máxima velocidad del terreno, se puede determinar la transducción del sensor en V_P/cm/s. El segundo método consiste en inducir a la entrada de la bobina de señal un potencial a modo de función escalón con el fin de generar una onda amortiguada mediante la cual se determina las resistencias externas que causen una constante de amortiguamiento y salida del sensor conocidas; con estos valores, es posible restituir la respuesta del sismómetro.

El primer método, fundamentado en restitución experimental y no matemática, muestra que la parte plana de la respuesta después de los 4 Hz sugerida por el fabricante no presenta este comportamiento; y que alrededor de los 19 Hz hay un cambio marcado, donde los valores de transducción aumentan. El segundo método fundamentado matemáticamente no muestra estos cambios.

Abstract

The pendulum seismometer response, made up of a mass M attached to a point of the Earth through of a spring and a dashpot, before a movement $u(t)$, it is the sum of all the forces that they act in the mass: $d^2\xi/dt^2+2\varepsilon d\xi/dt+\omega_0\xi=-d^2u/dt^2$, where ε=damping factor and ω_0=angular natural frequency. On the previous equation it is defined the *amplitude response to sinusoidal ground displacement* $|X(\omega)|_d$ and the *phase delay* $\phi(\omega)$. Taking in mind the sensor electromagnetic part, it has that $2\varepsilon=G^2/[(R_o+R_s)M]$ being G=motor constant.

In the calculation for the instrumental response of the seismometers we use two methodologies, depending if sensors have or not calibration coil and for the desired damping conditions. The first methodology consists on injecting a sinusoidal signal with voltage and frequency known to the calibration coil to establish the output signal in the calibration coil. We determine the sensor transducer in V_P/cm/s, bearing in mind: the current through the calibration coil, the force that makes move the mass and the maximum ground velocity. The second method consists on inducing a potential as a step function to the entrance of the signal coil generating a damped wave. The main purpose is to determine the shunt resistances that cause a desire damping constant and well-known sensor output. With these values, it is possible to restore the seismometer response.

The first method, based in experimental and not mathematical restitution, shows that the flat part of the response, after the 4 Hz, suggested by the manufacturer does not present this behavior. Around the 19 Hz there is a marked change, where the transducer values increase. The second method based mathematically does not show these changes.

Palabras claves: sismómetros, electrodinámicos, respuesta instrumental, corto periodo

Metodología

En la sismología instrumental se determina la sensibilidad con el fin de obtener un registro fiel y lo más completo posible del movimiento del terreno generado por las ondas elásticas propagadas por los sismos, así como sus características. La forma de la onda registrada en un sismograma representa la respuesta del instrumento a un movimiento del suelo.

Un sismómetro tiene un movimiento similar al movimiento relativo de un péndulo; por tanto, consiste en una masa M atada a un punto de la Tierra a través de un resorte y un mecanismo de amortiguamiento (Figura 1). Si asumimos que todos los movimientos están restringidos en una sola dirección, y que el armazón está unido firmemente a la Tierra, podemos definir que la respuesta del sismómetro es la superposición de todas las fuerzas que actúan simultáneamente en la masa.

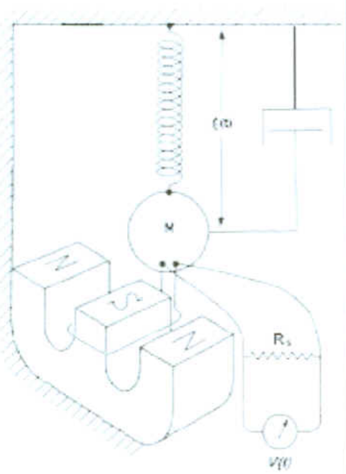

Figura 1. Sismómetro electromagnético tipo péndulo con una bobina de resistencia *R*. *l* representa la longitud de la bobina de señal que se encuentra en un campo magnético de densidad de flujo *B* y se asume que la dirección del movimiento de la bobina, el campo magnético y la corriente eléctrica en la bobina son perpendiculares entre sí, *u(t)* es el movimiento de la Tierra en el armazón inercial de referencia y *î(t)* es el movimiento de la masa *M* relativo a la Tierra. *(Modificado de Aki y Richards, 1980)*

En este sistema están actuando tres tipos de fuerza: la fuerza inercial que actúa sobre la masa, la cual es directamente proporcional al movimiento de la masa $u_m(t)$; la fuerza ejercida por el resorte sobre la masa, que depende de la constante del resorte k y de la elongación $î(t)$-$î_o$, donde $î_o$ es la longitud del resorte con tensión en estado de reposo; y la fuerza de fricción que está actuando sobre la masa, la cual es proporcional a la velocidad relativa $dî(t)/dt$ entre la masa y la Tierra, donde D es el coeficiente de fricción en un medio viscoso. Representando estas fuerzas como un sistema en equilibrio, tenemos que la ecuación de movimiento del sismómetro está representada por:

$$M\frac{d^2}{dt^2}[\xi(t)+u(t)]+D\frac{d\xi(t)}{dt}+k[\xi(t)-\xi_0]=0 \qquad (1)$$

$$\ddot{\xi}+2\varepsilon\dot{\xi}+\omega_0^2\xi=-\ddot{u} \qquad \varepsilon=h\omega_0 \quad \text{y} \quad \omega_0^2=\frac{k}{M} \qquad (2)$$

Donde $å$ es factor de amortiguamiento, h es razón constante de amortiguamiento y $ù_o$ es frecuencia angular natural. El factor de amortiguamiento total del sistema $å$ está dado por el factor de amortiguamiento en circuito abierto $å_o$ en un medio viscoso y por el factor de amortiguamiento ocasionado por la parte electromagnética del sistema $å_s$ al colocar una resistencia en paralelo a la bobina de señal.

$$\varepsilon_0=\frac{D}{2M} \qquad (3)$$

Si tenemos en cuenta la parte electromagnética, el movimiento de la masa es medido por la velocidad electrónica del sensor, como se muestra en la figura 1, donde en los terminales de la bobina de señal se genera un voltaje *V(t)* cuando esta se mueve en un campo magnético *B* con una velocidad $dî(t)/dt$. La fuerza que debido al trabajo mecánico hecho por la masa en movimiento a través del campo magnético está representado por la ley de Biot-Savart's, así:

$$F = IlB \qquad\qquad I = \frac{G}{R_0 + R_s}\dot{\xi} \tag{4}$$

donde I es la corriente en la bobina. La potencia mecánica será consumida por la resistencia R_s+R_o donde R_s es la resistencia externa o "shunt" y R_o es la resistencia de la bobina, que son elementos disipativos del sistema. Entonces:

$$\varepsilon_S = \frac{G^2}{2.(R_0 + R_S)M} \tag{5}$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (3) y (5) la ecuación de movimiento del sismómetro (2) nos queda:

$$\ddot{\xi}(t) + \frac{1}{M}\left(D + \frac{G^2}{(R_0 + R_S)}\right)\dot{\xi}(t) + \omega_0^2\xi(t) = -\ddot{u}(t) \tag{6}$$

Si $h=1$ o $\text{å}=\text{ù}_o$, se tiene un amortiguamiento crítico, si $h>1$ o $\text{å}>\text{ù}_o$ se tiene un amortiguamiento supercrítico o sobreamortiguado, y si $h<1$ o $\text{å}<\text{ù}_o$ se tiene un amortiguamiento subcrítico o subamortiguado.

La respuesta de un sismómetro tipo péndulo a un desplazamiento del terreno de la forma *exp(-iùt)*,se puede escribir como *X(ù)exp(-iùt)*, donde *X(ù)* es llamado *función de respuesta en frecuencia*, y puede describir completamente el funcionamiento de un péndulo. En general, el espectro de entrada *u(ù)* y el espectro de salida *î(ù)* se relacionan por *î(ù)=X(ù)u(ù)*. Definiendo la *respuesta en amplitud a un desplazamiento senosoidal del terreno* como $|X(ù)|_d$ y el *retardo en fase* ϕ*(ù)* se tiene que:

$$X(\omega) = |X(\omega)|_d\, e^{i\phi(\omega)} \tag{7}$$

$$|X(\omega)|_d = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\varepsilon^2\omega^2}} \tag{8}$$

Cuando el sismómetro responde a un movimiento de la Tierra se induce una fuerza electromotriz (fem) en la bobina del sismómetro en circuito abierto $V_o(t)=G_o d\hat{\imath}(t)/dt$ y una fem a través del circuito con la resistencia externa R_S:

$$V_S(t) = \left(\frac{R_S}{R_0 + R_S}\right)\frac{G'^2\, I}{Mw_0\sqrt{1-h^2}}\, e^{-hw_0t}\, sen\left[\sqrt{1-h^2}\, w_0 t\right] \tag{9}$$

y su respectivo primer máximo en $V_S(t)$ es:

$$V_{Smax} = \left(\frac{R_S}{R_0 + R_S}\right)\frac{G'^2\, I}{Mw_0\sqrt{1-h^2}}\, e^{-\frac{h}{\sqrt{1-h^2}}\mathrm{tg}\left(\frac{\sqrt{1-h^2}}{h}\right)} \tag{10}$$

Diferenciando la ecuación (10) respecto en el tiempo y reorganizando términos se consigue que:

$$\frac{dV_S(t)}{dt} = \left(\frac{R_S}{R_0 + R_S}\right)\frac{G'^2\, I}{M}\frac{e^{-hw_0t}}{\sqrt{1-h^2}}\, sen\left[\sqrt{1-h^2}\, w_o t - tg^{-1}\frac{\sqrt{1-h^2}}{h}\right] \tag{11}$$

De (10) y (11) se obtiene que los ceros y extremos de $V_S(t)$ ocurren en:

$$\sqrt{1-h^2}\, w_o t = n\pi \therefore n = 1,2,3,..... \qquad \text{para ceros}$$

$$\sqrt{1-h^2}\, w_o t - \mathrm{tg}^{-1}\frac{\sqrt{1-h^2}}{h} = m\pi \therefore m = 1,2,3,..... \qquad \text{para extremos}$$

Entre ceros sucesivos o extremos sucesivos se tiene un intervalo de tiempo de:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{T_0}{2\sqrt{1-h^2}} \rightarrow T_0 = \sqrt{1-h^2}\, T \tag{12}$$

siendo: T el período con que oscila el sismómetro (amortiguado) y T_o el período libre o natural sin amortiguamiento ($T_o<T$)

La relación sucesiva entre dos extremos de $V_S(t)$, es:

(13)

Para realizar el presente trabajo de calibración se empleó un osciloscopio digital de dos canales, marca Tektronik, modelo TDS-320; el cual, tiene la posibilidad de trabajar con voltajes de ± 400 V (DC, pico AC) y con un rango de frecuencias del orden de mHz hasta 500 MHz. Además, se utilizó un generador de funciones, un tester, resistencias de precisión, pila, potenciómetro y tablero protoboard.

METODO 1:

Determinación de la sensibilidad para sismómetros que poseen bobina de calibración. Los sensores son llamados también transductores debido a su estructura electromagnética, ya que proporcionan una señal eléctrica en la salida, la cual puede ser amplificada, modificada y registrada. Generalmente los sismómetros son transductores de velocidad, donde el voltaje de salida nos representa la velocidad del movimiento del terreno. Si conectamos una resistencia en paralelo a la bobina de señal, la salida del sensor se convirte en una señal más atenuada dependiendo del valor de la resistencia que estemos utilizando. Para resolver la sensibilidad del sensor en circuito abierto y con una resistencia en paralelo empleamos el circuito descrito en la figura 2.

Figura 2. Circuito empleado para determinar la sensibilidad de un sismómetro. Se aplica una señal senosoidal a un arreglo serial entre la bobina de calibración L_1 y una resistencia en serie R. Mediante un osciloscopio se determina el voltaje de salida (V_{sal}) en la bobina de señal L_2 y el voltaje de entrada (V_{en}) a través de la resistencia R.

La corriente que pasa a través de la resistencia R es del orden de miliamperios, la cual es muy difícil medir con un amperímetro convencional, pero sabemos que esta corriente es de la forma:

$\rightarrow$ (14)

En nuestro caso V_{max} es el voltaje de entrada V_{ent} a través de la bobina de calibración. Ahora, la fuerza que hace mover la masa está dada por:

(15)

donde: C_f es la fuerza en Newton que mueve la masa del sensor al introducir una corriente de un (1) Amperio, este valor lo da el fabricante, puesto que es diferente para cada sensor. La ecuación (15) también la podemos expresar como: