



donde  $b = \frac{v}{\sigma}$ , y  $S_j^k = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=j}^k (y_i - \mu_0)$ , (12)

De la expresión (11), se observa que se prueba el parámetro de la distribución  $\chi^2$  en el intervalo  $[0, (k - j + 1)b^2]$ , para el cual se establece el tiempo de parada

$$t_a = \min \{k : g_k \geq h\}, \quad (13)$$

donde  $g_k$  es:

$$g_k = \max_{1 \leq j \leq k} \left\{ \ln \cosh(bS_j^k) - \frac{b^2}{2}(k - j + 1) \right\}, \quad (14)$$

Una forma generalizada del algoritmo de LRV (*LRV Generalizado GLRV*) se analiza en [6], en el cual  $\theta_1$  se asume desconocido mientras  $\theta_0$  se asume conocido. De manera similar a la expresión (2a), la LRV para las observaciones de tiempo  $j$  al tiempo  $k$  se define como:

$$S_j^k(\theta_1) = \sum_{i=j}^k \ln \frac{\rho_{\theta_1}(x_i)}{\rho_{\theta_0}(x_i)}, \quad (15)$$

La suma en (15) es función de dos parámetros independientes: el tiempo de cambio y el valor del parámetro después del cambio. La forma estadística estándar usa las estimaciones del máximo de verosimilitud de ambos parámetros:

$$g_k = \max_{1 \leq j \leq k} \left\{ \sup \{S_j^k(\theta_1)\} \right\}, \quad (16)$$

El correspondiente tiempo de parada está definido igual que en la ecuación (6). Para el caso gaussiano, donde la media  $\mu_0$  la varianza  $\sigma^2$  son conocidas, la correspondiente suma acumulativa se puede reescribir como:

$$S_j^k = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma^2} \sum_{i=j}^k (x_i - \frac{\mu_1 + \mu_0}{2}), \quad (17)$$

Asumiendo la completa independencia del proceso gaussiano, la función  $g_k$  se define a partir de la maximización sobre  $v$ :

$$g_k = \max_{1 \leq j \leq k} \left\{ \sum_{i=j}^k \left( \frac{\hat{v}_j (x_i - \mu_0)}{\sigma^2} - \frac{\hat{v}_j^2}{2\sigma^2} \right) \right\}, \quad (18)$$

donde el valor absoluto de la magnitud de cambio  $v_j$  es:

$$|\hat{v}_j| = \left( \frac{1}{k-j+1} \sum_{i=j}^k |x_i - \mu_0| - v_m \right)^+ + v_m, \quad (19)$$

Siendo  $v_m$  el valor mínimo de cambio.

#### 4. Algoritmos de detección aplicados a modelos autorregresivos

El ruido microsísmico puede ser convenientemente aproximado por un modelo autorregresivo (AR) de orden 10 a 12, aunque en la detección en línea de la onda- $p$ , el modelo AR de orden 2 puede ser aceptable [2,7]. En general, los modelos AR se representan como [9]:

$$x_k = \sum_{i=1}^p a_i x_{k-i} + v_k, \quad (20)$$

donde  $\{v_k\}$  es una secuencia de ruido gaussiano con varianza  $\sigma^2$ ,  $p$  es el orden del modelo, y  $a_i$  son los respectivos coeficientes. La detección de eventos se reduce a la estimación en los cambios del vector que contiene los parámetros  $\theta_l^T = (a_1^l, \dots, a_p^l, \sigma_l^2)$ ,  $l \in \{0,1\}$ . En este caso, se analizan los siguientes algoritmos:

CUSUM, en el cual el LRV se determina como:

$$s_k = \frac{1}{2} \ln \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2} + \frac{(\epsilon_k^0)^2}{2\sigma_0^2} - \frac{(\epsilon_k^1)^2}{2\sigma_1^2} = \frac{(\epsilon_k^0)^2 - (\epsilon_k^1)^2}{2\sigma^2}, \quad (21)$$

Siendo  $\sigma^2$  la varianza del modelo definido antes y después del cambio, y  $\epsilon_i$  es la innovación del proceso que se expresa así:

$$\epsilon_k^l = A_l(z)x_k$$

donde  $A_l(z) = 1 - \sum_{i=1}^p a_i^l z^{-i}$ . El comportamiento de la regla de decisión planteada en (5) para este caso teniendo en cuenta la definición de  $S_k$  en la ecuación (21) se muestra en la figura (3).



Figura 3: Comportamiento de  $g_k$



Figura 4: Comportamiento de  $g_k$

En caso de emplear el algoritmo GLRV a un modelo AR de orden  $p$ , la regla de detección determina el tiempo de parada dado en (6), cuya función de decisión  $g_k$  se muestra en la figura 4:

$$g_k = \max_{1 \leq j \leq k} \left\{ \sup_{i=j}^k \Theta \sum_{i=j}^k s_i = \frac{1}{2} \ln \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2} + \frac{\epsilon^0 i^2}{2\sigma_0^2} - \frac{(\epsilon^1 i^2)}{2\sigma_1^2} \right\}, \quad (22)$$

## 5. Resultados y conclusiones

En el análisis de algoritmos de detección en procesos aleatorios independientes, la serie de tiempo está caracterizada por la función de probabilidad gaussiana y el registro sísmico es procesado directamente considerando su media cambiante y varianza conocida y constante, los que deciden sobre dos hipótesis basadas en un valor de umbral (figura 5).

El algoritmo implementado para modelar una señal como un proceso AR estima la función de autocorrelación para resolver las ecuaciones de Yule-Walker, que tienen dos comportamientos dependientes del uso o no de la autocorrelación con sesgo. En el primero se estiman las matrices de autocorrelación semidefinidas positivas, para el otro caso las matrices son definidas no positivas, mediante el algoritmo de Levinson-Durbin. En forma general el sistema que emplea los modelos AR es el mostrado en la figura 6.



Figura 5. Sistema de detección para series de tiempo

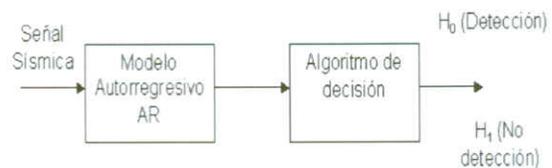


Figura 6. Sistema de detección para modelos auto regresivos

Los algoritmos descritos se implementaron en Fortran 95 sobre una estación de trabajo SUN Enterprise 3500 aprovechando la velocidad de procesamiento matemático que ofrece. Los sistemas fueron probados utilizando 77 señales sísmicas de una componente, muestradas a 20 Hz, que corresponden a sismos regionales y locales de la zona de California y Japón. Adicionalmente, se agregó ruido blanco gaussiano a las señales para determinar el desempeño de los algoritmos frente a condiciones de ruido. La estimación empleada para la relación señal/ruido en una ventana estacionaria es:

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\sigma_{S+N}^2}{\sigma_N^2} - 1 \right)$$

Tabla 1

Algoritmo de detección	Falsas alarmas	Falsos rechazos	Error promedio (%)
CUSUM NORMALIZADO	3	13	21
GLRV AR	23	0	29
GLRV	4	22	34
CUSUM MEDIA	0	26	33
CUSUM BILATERAL	17	9	33.8
CUSUM AR	15	0	19.5

La tabla 1 presenta el desempeño de los métodos estadísticos referente a falsas alarmas y falsos rechazo así como el error promedio. Aunque en la tabla el menor error se obtuvo con el algoritmo CUSUM AR, éste no presenta resultados satisfactorios frente a condiciones de ruido. El mejor desempeño en condiciones de ruido lo obtuvo el método de CUSUM normalizado con un error promedio de 21% y una relación señal a ruido mínima promedio de 9.4dB; para los demás algoritmos la determinación del umbral esta caracterizada para

condiciones sin ruido, por tal razón al sumar ruido blanco gaussiano a la señal el rendimiento disminuye considerablemente, los valores permisibles para la relación señal a ruido con los que trabajan están alrededor de los 25dB, que es el valor inherente a las señales.

Tabla 2

Algoritmo de detección	Tiempo proceso [ms]
CUSUM NORMALIZADO	3
GLR AR	12
GLR	8
CUSUM MEDIA	5
DOBLE CUSUM	5
CUSUM AR	30

La tabla 2 muestra el tiempo de proceso de los algoritmos en la estación de trabajo SUN. Los algoritmos de detección basados en métodos estadísticos son dependientes del umbral sobre el que se establece el tiempo de parada, cuya elección resulta bastante compleja por la existencia de eventos sísmicos con diferentes características que se ven reflejadas en la amplitud y comportamiento de la señal. En general, la determinación de este umbral debe ser adaptativa dependiendo de la relación señal a ruido de las muestras.

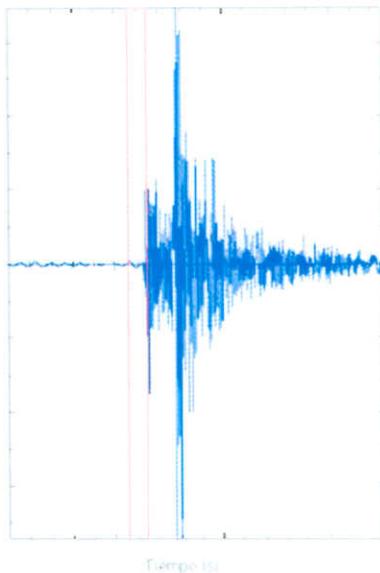


Figura 7. Señal sísmica con alta SNR

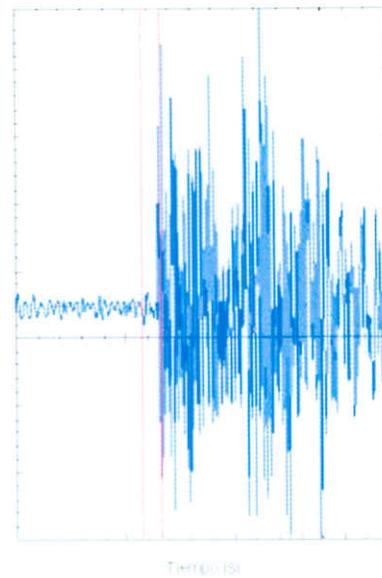


Figura 8. Señal sísmica con baja SNR

Ejemplos de detección con el algoritmo CUSUM normalizado sobre señales sísmicas en la componente N con relación señal a ruido alta (Figura 7) y baja (Figura 8). El recuadro indica la ventana donde se encuentra el tiempo de arribo de la onda-*p*.

#### Bibliografía

- H. Zhang. Application of multilayer perceptron (MLP) neural network in identification and picking *p*-wave arrival, Department of Geology and Geophysics. University of Wisconsin-Madison, 1998.  
 M. Basseville y I.V. Nikiforov, Detection of Abrupt Changes: Theory and Application, P-Hall, Inc, 1993.  
 Reinoud Sleeman y Torild Van Eck, Robust Automatic P-Phase Picking: An On-Line Implementation in the Analysis of Broad-Band Seismogram Recordings, Royal Netherlands Meteorological Institute (KNMI), 1999.



- Z. A. Der, M. W. McGarvey, R. H. Shumway. Automatic Interpretation of regional short period seismic signals using the cusum-sa algorithms, University of California at Davis, Davis CA.
- G. Castellanos, A. Meza, J. Hurtado. Detección en tiempo real de arribo de eventos sísmicos empleando Redes Neuronales, Congreso Internacional en Inteligencia Artificial, CIIC, Agosto 2001.
- Lorden G., Procedures for reacting to a change in distribution, Annals of Mathematical Statistics, 1971.
- Basseville M., Benbeniste A. Detection of abrupt changes in signals and dynamical systems. SV. 1986
- Z.A.Der, M. W. McGarvey, R. Shumway. Automatic Interpretation of regional short period seismic signals using the cusum-sa algorithms,. University of California, Davis CA. 1999.
- K. Sam Shanmugan, A. M. Breipohl. Random signals. Detection, estimation and data analysis. Wiley. 1998.

