



Figura 5: Tasas de excedencia para Bogotá D.C.

Una vez halladas leyes de atenuación para osciladores de diferente periodo estructural es posible encontrar espectros de amenaza o peligro sísmico uniforme en un lugar determinado a partir del valor hallado de aceleración para la tasa de excedencia prefijada al periodo de retorno, al unir los puntos de igual tasa de la Figura 5 es posible encontrar espectros de peligro uniforme a partir de los cuales se podrían obtener espectros de diseño.

Vulnerabilidad estructural

La vulnerabilidad estructural es la relación entre la intensidad sísmica y el nivel de daño. En este enfoque la intensidad sísmica se mide con la aceleración espectral. El nivel de daño se puede estimar tomando la deriva de entrepiso como parámetro de referencia, el cual se calcula como el desplazamiento relativo entre dos niveles contiguos, dividido entre la altura del piso. Varios estudios concluyen que dicho parámetro de la respuesta estructural presenta la mejor correlación con el daño estructural registrado. (Bertero et al, 1991; Moehle, 1992; Moehle, 1996; Miranda, 1997; Priestley, 1997; Sozen, 1997). Contrario a la mayoría de sistemas que basan la estimación del daño en la Intensidad de Mercalli Modificada, el método que se emplea está basado en un parámetro que presenta una excelente correlación con el daño producido por sismos intensos. A partir de la aceleración espectral es posible determinar la máxima distorsión de entrepiso con la siguiente expresión:

$$\gamma_i = \frac{\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4 \left(\eta N^\rho \right)^2}{4 \pi^2 N h} S_a(T) \quad (4)$$

(Información sobre cómo estimar estos parámetros se encuentra en Miranda 1991, 1993 y 1997)

β_1 es la relación entre el máximo desplazamiento lateral en el nivel superior de la estructura y el desplazamiento espectral, considerando un modelo de comportamiento elástico lineal. Este factor depende del tipo estructural y del número de pisos de la estructura.

β_2 describe la relación entre la máxima distorsión de entrepiso y la distorsión global de la estructura, que se define como el máximo desplazamiento lateral en la azotea dividido por la altura total. β_2 depende del grado de participación de las deformaciones laterales de corte y flexión, y del tipo estructural.

β_3 expresa la relación entre el máximo desplazamiento lateral del modelo de comportamiento inelástico, y el desplazamiento máximo del modelo elástico lineal. Este factor depende de la demanda de ductilidad al desplazamiento, el periodo fundamental de vibración de la estructura y el tipo de suelo que la soporta.

β_4 es la relación entre los factores β_2 elástico e inelástico. Este factor tiene en cuenta que la distribución de la carga lateral con la altura es diferente en el modelo elástico y en el inelástico. Este factor depende del número de pisos y del nivel de deformación inelástica de la estructura, que se mide en términos de la demanda de ductilidad al desplazamiento. η y ρ son factores para estimar el periodo fundamental de la estructura a partir del número de pisos, N:

$$T = \eta N^{\rho} \quad (5)$$

Estos factores dependen de la ubicación de la estructura, el tipo estructural, el tipo de suelo y el año de construcción. Tienen en cuenta el hecho de que la rigidez lateral de las estructuras localizadas en zonas de alta sismicidad es mayor que el de estructuras ubicadas en zonas de baja sismicidad, y consideran que las estructuras construidas sobre suelos blandos son más flexibles debido a la flexibilidad de la cimentación. Debe anotarse que se asigna un nivel de incertidumbre en la determinación del período T, y es tomada en cuenta dentro del análisis.

h es la altura de cada piso de la estructura, que depende del tipo estructural, la ubicación geográfica y la fecha de construcción.

Sa(T) es la aceleración espectral, que depende del periodo fundamental de vibración, el amortiguamiento de la estructura y la amenaza sísmica en el sitio.

Una vez se determina la máxima distorsión de entrepiso de la estructura, su vulnerabilidad puede ser incrementada por varios factores. Algunos de estos factores son los siguientes: irregularidades en planta o en altura, golpeteo con edificaciones vecinas, daños previos no reparados, columnas cortas, etc. El valor esperado del daño de la estructura, dado un valor de distorsión máxima de entrepiso, se calcula de la siguiente forma:

$$E(\beta | \gamma_i) = 1 - \exp \left[\ln 0.5 \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0} \right)^{\epsilon} \right] \quad (6)$$

donde β es la pérdida bruta, γ_0 y γ_i son parámetros de vulnerabilidad estructural que dependen del sistema estructural y la fecha de construcción, y $E(\cdot)$ es el valor esperado. Por definición, β es la proporción entre el costo de reparación y el costo total, y su valor está entre 0 y 1.

Evaluación de pérdidas

La función de densidad de probabilidad de la pérdida es requerida para adelantar varios cálculos. Se asume que dicha densidad de probabilidad es Beta, con el valor esperado dado en la ecuación 6. Hay poca información para determinar la varianza de β dado γ_i , $\sigma^2(\beta | \gamma_i)$. Sin embargo, se sabe que cuando el valor esperado del daño es cero, también lo es su dispersión. De igual forma cuando el valor esperado del daño es 1, la dispersión es cero. Se analizaron resultados del ATC-13 (ATC, 1985) para establecer la variación de la varianza con respecto al cambio en el valor esperado del daño. Así se realizaron simulaciones con estructuras simples, y se obtuvo la siguiente expresión para la variación de la varianza (Ordaz et al, 1998; Ordaz, 1999):

$$\sigma_{\beta}^2(\beta | \gamma_i) = Q (E(\beta | \gamma_i))^{r-1} (1 - E(\beta | \gamma_i))^{s-1} \quad (7)$$

$$\text{donde } Q = \frac{V_{\max}}{D_0^{r-1} (1 - D_0)^{s-1}} \quad \text{y} \quad s = \frac{r-1}{D_0} - r + 2$$

V_{\max} , D_0 y r dependen del tipo estructural. Una vez se ha determinado $E(\beta | \gamma_i)$ y $\sigma^2(\beta | \gamma_i)$, se establece la función de densidad de probabilidad de β (Ordaz et al, 1998; Ordaz, 1999).

Efecto de coaseguro, límite y deducible

Hasta ahora se ha discutido la estimación de la pérdida bruta, β . No obstante se necesita calcular la pérdida neta β_N , que resulta de aplicar coaseguro, deducible y límite. Para estimar la pérdida neta se consideran las variables C, D y L, coaseguro, deducible y límite respectivamente, expresados como una fracción del valor expuesto. La pérdida neta se define de la siguiente manera:

$$\beta_N = \begin{cases} 0, & \text{if } \beta < D \\ \beta - D, & \text{if } D < \beta < L \\ L - D, & \text{if } \beta > L \end{cases} \quad (8)$$

no se incluye explícitamente el efecto del coaseguro, ya que este es una constante proporcional que afecta a la pérdida después de haber sido aplicado el deducible. Bajo estas condiciones la densidad de probabilidad de $\beta_N | \gamma_i$ se puede expresar de la siguiente (Ordaz, 1999):

$$\begin{aligned} \Pr(\beta_N = 0) &= Ba(D, A, B) \\ \Pr(\beta_N < \beta_N) &= Ba(\beta_N + D, A, B) \\ \Pr(\beta_N = L - D) &= 1 - Ba(L, A, B) \end{aligned} \quad (9)$$

A y B corresponden a los parámetros canónicos de la distribución Beta de β , determinados por:

$$A = \frac{1 - E(\beta | \gamma_i) - E(\beta | \gamma_i) C^2(\beta | \gamma_i)}{C^2(\beta | \gamma_i)} \quad B = A \left[\frac{1 - E(\beta | \gamma_i)}{E(\beta | \gamma_i)} \right] \quad (10)$$

$C^2(\beta | \gamma_i) = \sigma^2(\beta | \gamma_i) / E^2(\beta | \gamma_i)$ es el coeficiente de variación de $\beta | \gamma_i$, y $Ba(x; A, B)$ es la función Beta Acumulada. Los momentos estadísticos de $\beta_N | \gamma_i$, como el valor esperado y la varianza pueden calcularse a partir de las expresiones dadas.

Cálculo de la prima pura de riesgo

La prima pura, también conocida como prima técnica, refleja el valor de la pérdida anual esperada, que se define como el valor esperado de la pérdida que se tendría en un año cualquiera, suponiendo que el proceso de ocurrencia de los sismos es estacionario y que a las estructuras dañadas se les restituye su resistencia inmediatamente después de un sismo. Se puede calcular de la siguiente manera (Ordaz et al, 1998; Ordaz, 1999):

$$PP = \int_0^{\infty} -\frac{dv(Sa)}{dSa} E(\beta | \gamma_i(Sa)) dSa \quad (11)$$

Se tiene en cuenta la intensidad sísmica Sa , la tasa de excedencia de dicha intensidad $v(Sa)$, que mide el peligro sísmico, y el valor esperado del daño para dicha intensidad $E(\beta_N | \gamma(Sa))$, que refleja la vulnerabilidad estructural.

Cálculo de la pérdida máxima probable (PML)

La pérdida máxima probable (PML) de una cartera de edificaciones es un estimador del tamaño de las pérdidas máximas que sería razonable esperar en dicha cartera durante la ocurrencia de un evento sísmico. Se utiliza como dato fundamental para determinar el tamaño de las reservas que la compañía de seguros debería mantener. En este modelo se define como la pérdida promedio que

ocurriría para un periodo de retorno determinado tal como se muestra en la Figura 12. Por lo tanto es necesario calcular las tasas de excedencia de las pérdidas netas del portafolio, $\beta(PN)$. Si en la j -ésima fuente se genera un sismo, la pérdida neta para el portafolio será:

$$P_{Nj} = \sum_i V_i \beta_{Nji} \quad (12)$$

donde V_i es el valor de la i -ésima estructura, β_{Nij} es la pérdida neta en la estructura i , si un sismo con las características determinadas ocurre en la fuente j , y la sumatoria se hace para incluir todas las edificaciones de la cartera. La determinación exacta de la función de densidad de probabilidad de P_{Nj} es bastante complicada. En este modelo se asume que la cantidad $P_{Nj}/\sum_i V_i$ también se distribuye como una variable aleatoria Beta. Así el valor esperado de P_{Nj} se puede calcular fácilmente como sigue:

$$E(P_{Nj}) = \sum_i V_i E(\beta_{Nji} | \gamma_{ij}) \quad (13)$$

donde γ_{ij} es la máxima deriva de entrepiso experimentada por la estructura i si un sismo de magnitud conocida se genera en la fuente j . Sin embargo, para calcular la varianza de P_{Nj} , se debe tener en cuenta la correlación existente entre los diferentes tipos de pérdidas que se pueden generar tanto en la estructura como en los contenidos de la misma. En este modelo se asume que, dada la ocurrencia de un sismo, todas las pérdidas tienen un coeficiente de correlación de 0.3. Este valor se ha determinado al examinar carteras de edificaciones reales y calibrando el efecto de emplear diferentes valores para este coeficiente. Una vez se conoce el valor esperado y la varianza de P_{Nj} , las tasas de excedencia de P_N se pueden calcular de la siguiente manera (Ordaz et al, 1998; Ordaz, 1999):

$$\mu(P_N) = \sum_j \int_{M_o}^{M_u} -\frac{d\lambda_j(M)}{dM} \Pr(P_{Nj} > P_N | M) dM \quad (14)$$

donde $\lambda_j(M)$ es la tasa de excedencia de la magnitud M en la fuente j , y la sumatoria tiene en cuenta los efectos de todas las fuentes sísmicas. Una vez se han realizado estos cálculos se puede determinar el PML para cada caso.

ANÁLISIS DE UNA MUESTRA DE INMUEBLES PÚBLICOS DE MANIZALES

La ciudad de Manizales tiene asegurados todos sus inmuebles públicos, al igual que las entidades descentralizadas de la Administración Municipal. Esta situación que no es el común en los demás municipios del país, aun cuando la ley establece que es obligatorio proteger los bienes del Estado. Para este caso, de la base de datos de inmuebles de la ciudad se extrajo aleatoriamente una muestra de 35 inmuebles. Se aplicó el modelo de evaluación de la prima pura de riesgo explicado a cada una de las edificaciones, con base en la información obtenida del proyecto de microzonificación sísmica de Manizales (recientemente terminado y entregado por parte del CEDERI de la Universidad de los Andes), y en la información de las características estructurales de los edificios que se visitaron en campo. El análisis se realizó para dos situaciones: con la muestra actual de las 35 edificaciones del municipio y con un escenario donde se refuerzan las edificaciones más vulnerables. Este análisis se podría implementar con el objeto de estructurar una estrategia eficiente de negociación colectiva del seguro por parte de todas las entidades municipales. Los resultados de la evaluación de la muestra de 35 edificaciones del municipio se resumen en la Tabla 1:

Tabla 1
Resultados generales par edificaciones en Manizales, escenario actual y
escenario hipotético con reforzamiento

PML ACTUAL (Tret = 1500 años)	\$ 2,678,519,669	PML REFORZADO (Tret = 1500 años)	\$ 1,749,646,370
Como % de la suma asegurable	18.7%	Como % de la suma asegurable	12.2%
PÉRDIDA ESPERADA ACTUAL	\$ 5,655,651,467	PÉRDIDA ESPERADA REFORZADA	\$ 4,352,463,422
Como % de la suma asegurable	39.5%	Como % de la suma asegurable	30.4%
PRIMA ACTUAL TOTAL	\$ 13,327,173	PRIMA REFORZADA TOTAL	\$ 7,577,394
Como % de la suma asegurable	0.93	Como % de la suma asegurable	0.53
Como % de la prima pagada	39.6%	Como % de la prima pagada	22.5%

El valor de la prima pagada total de esta muestra, con fines de comparación es el valor que cobra la compañía de seguros, correspondiente a 2.35 % . Esta tarifa usualmente corresponde a un valor único promedio (prima *blanket*) cuando se hace una negociación global como la que se ha hecho en el pasado entre la ciudad y la compañía de seguros que cubre los inmuebles del municipio.

El valor de la Pérdida Máxima Probable, PML, es en este caso 18.7 % de los valores asegurables. Corresponde en teoría al valor que la compañía de seguros debería mantener en reservas para garantizar su solvencia en caso de presentarse la pérdida máxima en 1500 años. En Colombia la Superintendencia Bancaria exige un nivel de reservas del 15% para dicho efecto. Ahora bien, la pérdida esperada para el peor escenario determinístico corresponde a 39.5% de los valores asegurables (ver Tabla 1). Este evento, que sería generado en uno de los segmentos de la falla de Romeral, tiene un período de retorno muy superior al de 1500 años del PML.

Es muy importante anotar que el valor de la prima pura de riesgo promedio calculada con el rigor científico del modelo utilizado en este estudio (que se ha referenciado aquí como la prima actual de la muestra) dio el 0.93 % de los valores asegurables. Esta cifra corresponde aproximadamente a 39.6% de la prima cobrada para el mismo grupo de edificaciones por la compañía de seguros (ver Tabla 1). Suponiendo que la estimación de la prima para todo el grupo de inmuebles de Manizales diera un valor similar, teniendo en cuenta que al valor de la prima pura se le adicionan gastos administrativos, utilidades y otros, una vez ajustada a su valor comercial, existiría la posibilidad de conseguir una cifra más favorable que la que se ha pagado hasta ahora. Un análisis de este tipo, además, permitiría determinar las pérdidas esperadas (primas) diferentes y más realistas para cada edificación, de acuerdo con los estudios locales de amplificación sísmica y la vulnerabilidad de las estructuras, aspecto que también sería de beneficio para la compañía de seguros.

También se hizo una evaluación de las primas puras de riesgo considerando que las edificaciones se reforzaran o actualizaran al nivel de las exigencias sismorresistentes vigentes. Esta situación hipotética reduce el valor del PML a 12.2%, el valor del peor escenario a 30.4% y el valor de la prima pura promedio a 0.53%, lo que corresponde al 22.5% de la prima pagada (ver Tabla 1). Esto ilustra el beneficio de intervenir la vulnerabilidad sísmica de las estructuras y cómo esta intervención se vería reflejada en la reducción de las pérdidas y, por lo tanto, en el costo de los seguros. Es importante anotar que la reducción del valor del PML a causa del reforzamiento estructural en este caso es cercano a los 1,000 millones de pesos. Al compararse esta cifra con el costo de los refuerzos estructurales se podría determinar la conveniencia de hacer una inversión masiva. Este tipo de análisis resulta más adecuado si se estudia todo el inventario, pues la decisión de reforzar una u otra edificación se podría determinar después de estimar el beneficio en cada caso particular. A través de evaluaciones de esta naturaleza y de la valoración del costo de

los reforzamientos individuales se podrían identificar y priorizar las acciones de mitigación que tendrían mayor justificación económica.

En el caso de Manizales, dado que se cuenta con los valores totales asegurables de toda la base de datos de las edificaciones del municipio y, además, se conoce el valor total de la prima pagada por dichos inmuebles (ver Tabla 2), del estudio de la muestra se pueden hacer algunas estimaciones globales que indican que existe la posibilidad de obtener importantes ahorros para el municipio si el valor de las primas estimadas con el modelo para la muestra es similar al obtenido para el inventario completo del grupo de edificaciones.

Tabla 2
Resultados con respecto al total de la ciudad

SUMA ASEGURABLE TOTAL MANIZALES	\$ 132.434.234.066
PRIMA TOTAL MANIZALES	\$ 306.070.418
SUMA ASEGURADA TOTAL	\$ 45.234.043.983
Como % del total de Manizales	34.2%
PRIMA PAGADA ANALIZADOS	\$ 106.300.003
Como % de Prima Pagada Manizales	34.7%
PRIMA ACTUAL TOTAL	\$ 162.531.151
Como % de Prima Pagada Manizales	53.1%
PRIMA REFORZADA TOTAL	\$ 95.355.603
Como % de Prima Pagada Manizales	31.2%

Ahora bien, la modelación realizada permite además estimar los valores de las primas puras de riesgo para diferentes límites de cobertura iniciando en un millón de dólares hasta cinco millones, lo cual se presenta en la Tabla 3. Este análisis puede resultar bastante atractivo dado que permite estudiar alternativas de protección, combinando la contratación del seguro con la retención de riesgo, lo cual puede explorarse si se constituye, por ejemplo, un fondo de reservas para cubrir el exceso de pérdidas. Dado el tamaño de la muestra, la estimación en este caso sólo es válida para las dos primeras capas de millón de dólares. La prima pura se reduciría a 0.86 % (con respecto a la Tabla 1) si sólo se contrata la capa del primer millón de dólares y el exceso de pérdida por encima de este límite se retiene o se negocia con otra compañía de seguros de ser conveniente. En caso de realizarse este estudio con todo el inventario de edificaciones la estimación por capas sería de especial interés para la negociación del seguro.

Tabla 3
Resultados a primera pérdida del grupo de edificaciones en Manizales US\$1' aUS\$5'

LÍMITE SUPERIOR DE COBERTURA	LÍMITE SUPERIOR DE COBERTURA (MILLONES DE DÓLARES - TRM = 5 2000)				
	1'	2'	3'	4'	5'
ESCENARIO ACTUAL					
Prima por capas (millones de \$)	\$ 12.277.685	\$ 13.199.267	\$ 13.221.300	\$ 13.325.092	\$ 13.326.699
Prima por capas (al millar)	0.86	0.92	0.92	0.93	0.93
Como % de la prima del escenario	92.13%	99.04%	99.21%	99.98%	100.00%
Delta de prima entre capas (al millar)	-	6.44%	0.15%	0.73%	0.01%
Como % de la prima del escenario	-	6.92%	0.17%	0.78%	0.01%
ESCENARIO REFORZADO					
Prima por capas (millones de \$)	\$ 7.166.165	\$ 7.550.529	\$ 7.574.996	\$ 7.576.211	\$ 7.577.124
Prima por capas (al millar)	0.50	0.53	0.53	0.53	0.53
Como % de la prima del escenario	94.57%	99.65%	99.97%	99.98%	100.00%
Delta de prima entre capas (al millar)	-	2.69%	0.32%	0.02%	0.01%
Como % de la prima del escenario	-	5.07%	0.61%	0.03%	0.02%

Otro insumo importante de utilidad es la estimación que se obtiene con el modelo del índice de concentración del grupo de edificaciones. Este índice permite determinar si un grupo menor de inmuebles concentran una importante parte de las pérdidas esperadas. En el caso de la muestra de edificaciones del municipio este índice es de 0.53. De la Figura 6 se puede determinar, por ejemplo, que el 20% de los edificios analizados, constituyen algo más del 55% de las pérdidas de toda la muestra. Este tipo de resultado sirve para dirigir la atención hacia aquellos casos que